COMISSIÓ GESTORA DE LES PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT

COMISIÓN GESTORA DE LAS PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD

SISTEMA UNIVERSITARI VALENCIÀ
SISTEMA UNIVERSITARIO VALENCIANO

PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT	PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD
CONVOCATÒRIA: JUNY 2010	CONVOCATORIA: JUNIO 2010
MATEMÀTIQUES II	MATEMÁTICAS II

BAREM DE L'EXAMEN: Cal elegir sols UNA de les dues OPCIONS, A o B, i s'han de fer els tres problemes d'aquesta opció.
Cada problema puntua fins a 10 punts.
La qualificació de l'exercici és la suma de les qualificacions de cada problema dividida entre 3, i aproximada a les centèsimes.
Cada estudiant pot disposar d'una calculadora científica o gràfica. Se'n prohibeix la utilització indeguda (guardar fórmules o text en memòria).
S'use o no la calculadora, els resultats analítics i gràfics han d'estar sempre degudament justificats.
BAREMO DEL EXAMEN: **Se elegirá solo UNA de las dos OPCIONES, A o B, y se han de hacer los tres problemas de esa opción.**
Cada problema se puntuará hasta 10 puntos.
La calificación del ejercicio será la suma de las calificaciones de cada problema dividida entre 3 y aproximada a las centésimas.
Cada estudiante podrá disponer de una calculadora científica o gráfica. Se prohíbe su utilización indebida (guardar fórmulas o texto en memoria).
Se utilice o no la calculadora, los resultados analíticos y gráficos deberán estar siempre debidamente justificados.

CRITERIS DE CORRECCIÓ/CRITERIOS DE CORRECCIÓN

SEMPRE S'HA DE VALORAR EL PLANTEJAMENT I EL DESENVOLUPAMENT. AQUESTS CRITERIS DE CORRECCIÓ CONTENEN UNA PROPOSTA DE QUALIFICACIÓ MÀXIMA I LES SOLUCIONS, QUE LES HA DE COMPROVAR EL CORRECTOR.

OPCIÓ A

Problema A.1. Donades les matrius quadrades

$$I=\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix} \quad \text{i} \quad A=\begin{pmatrix}2&1&1\\2&3&2\\-3&-3&-2\end{pmatrix},$$

es demana:

a) Calcular les matrius $(A-I)^2$ i $A(A-2I)$. (*4 punts*).

b) Justificar raonadament que

b.1) Existeixen las matrius inverses de les matrius A i $A-2I$. (*2 punts*).

b.2) No existeix matriu inversa de la matriu $A-I$. (*2 punts*).

c) Determinar el valor del paràmetre real λ per al qual es verifica $A^{-1}=\lambda(A-2I)$. (*2 punts*).

Problema A.1. a) Fins a **2 punts** per obtindre que $(A-I)^2$ és la matriu nul·la. Fins a **2 punts** per obtindre que $A.(A-2I)$ és l'oposada de la matriu identitat.

b) Fins a **2 punts** per cada una de les justificacions que es demanen.

c) Fins a **2 punts** per determinar λ = -1.

Problema A.2. Donades les rectes d'equacions

$$r=\begin{cases}5x+y-z=4\\2x-2y-z=-5\end{cases} \quad \text{i} \quad s=\begin{cases}x-y=-5\\z\ \ =4\end{cases},$$

es demana:

a) Justificar que les rectes r i s es creuen. (*4 punts*).

b) Calcular raonadament la distància entre les rectes r i s . (*3 punts*).

c) Determinar l'equació del pla π que és paral·lel i equidistant a les rectes r i s . (*3 punts*).

Problema A.2. a) Fins a **4 punts** per justificar que es creuen.

b) Fins a **3 punts** per obtindre que la distància de las rectes és 3.

c) Fins a **1 punt** per obtindre que l'equació dels plans paral·lels a *r* i *s* és $2x-2y-z+D=0$. Fins a **2 punts** per determinar que per al valor $D=19/2$ s'obté el pla equidistant de *r* i *s*.

Problema A.3. Es vol construir un estadi tancat de 10.000 metres quadrats de superfície. L'estadi està format per un rectangle de base x i dos semicercles exteriors de diàmetre x, de manera que cada costat horitzontal del rectangle és diàmetre d'un dels semicercles. El preu d'un metre de tanca per als costats verticals del rectangle és d'1 euro i el preu d'un metre de tanca per a les semicircumferències és de 2 euros. Es demana obtindre raonadament:

a) La longitud del perímetre del camp en funció de x. (*3 punts*).

b) El cost $f(x)$ de la tanca en funció de x. (*3 punts*).

c) El valor de x per tal que el cost de la tanca siga mínim. (*4 punts*).

Problema A.3. a) Fins a **3 punts** per obtindre la longitud $\frac{20000}{x}-\frac{\pi x}{2}+\pi x=\frac{20000}{x}+\frac{\pi x}{2}$.

b) Fins a **3 punts** per obtindre $f(x)=\frac{20000}{x}-\frac{\pi x}{2}+2\pi x=\frac{20000}{x}+\frac{3\pi x}{2}$.

c) Fins a **4 punts** per raonar que el mínim absolut de $f(x)$ s'aconsegueix quan $-\frac{20000}{x^2}+\frac{3\pi}{2}=0$, és a dir 65,147 metres.

CRITERIS DE CORRECCIÓ/CRITERIOS DE CORRECCIÓN

OPCIÓ B

Problema B.1. Donat el sistema d'equacions lineals que depèn dels paràmetres a, b i c

$$\begin{cases} 2ax+by+z &= 3c \\ 3x-2by-2cz &= a \\ 5ax-2y+cz &= -4b \end{cases},$$

es demana:

a) Justificar raonadament que per als valors dels paràmetres $a=0$, $b=-1$ i $c=2$ el sistema és incompatible. (*3 punts*).

b) Determinar raonadament els valors dels paràmetres a, b i c, per als quals es verifica que $(x,y,z)=(1,2,3)$ és solució del sistema. (*4 punts*).

c) Justificar si la solució $(x,y,z)=(1,2,3)$ del sistema de l'apartat b) és, o no, única. (*3 punts*).

Problema B.1. a) Fins a **3 punts** per justificar la incompatibilitat del sistema.

b) Fins a **1 punt** per l'obtenció del sistema en les indeterminades *a, b* i *c,* en imposar que (1,2,3) siga solució, fins a **3 punts** per calcular la solució (a,b,c) = (1,-1,1).

c) Fins a **3 punts** per justificar que el sistema és compatible i determinat i per tant la seua solució (1,2,3) és única.

Problema B.2. Siga r la recta de vector director $(2,-1,1)$ que passa pel punt $P=(0,3,-1)$. Es demana:

a) Obtindre raonadament la distància del punt $A=(0,1,0)$ a la recta r. (*4 punts*).

b) Calcular raonadament l'angle que forma la recta que passa pels punts P i A amb la recta r en el punt P. (*4 punts*).

c) Si Q és el punt on la recta r talla el pla d'equació $z=0$, comprovar que el triangle de vèrtexs APQ té angles iguals en els vèrtexs P i Q. (*2 punts*).

Problema B.2. a) Fins a **4 punts** per la distància mínima de $\mathbf{r}(\lambda) = (2\lambda, 3-\lambda, \lambda-1)$ a $A = (0,1,0)$, $\sqrt{14}/2$ u.l. (que s'aconsegueix per a $\lambda = 1/2$)

b) Fins a **4 punts** per la solució $\arccos\left(\sqrt{3/10}\right)$ = 0.991 rad = 56.79º (que és l'angle que forma el vector director (2, –1, 1) amb el vector *PA* = (0, –2, 1)).

c) Fins a **2 punts** per la comprovació demanada.

Problema B.3. Donada la funció polinòmica $f(x)=4-x^2$, es demana obtenir raonadament:

a) El gràfic de la corba $y=4-x^2$. (2 *punts*).

b) El punt *P* de la corba la tangent de la qual és perpendicular a la recta d'equació $x+y=0$. (3 *punts*).

c) Les rectes que passen pel punt $(-2,1)$ i són tangents a la corba $y=4-x^2$, i obtindre els punts de tangència. (5 *punts*).

Problema B.3. a) Fins a **2 punts** per l'obtenció del gràfic.

b) Fins a **3 punts** pel plantejament i l'obtenció del punt $P=(-1/2, 15/4)$.

c) Fins a **3 punts** per l'obtenció de les dues rectes tangents, $y-1=6(x+2)$ i $y-1=2(x+2)$ i fins a **2 punts** per l'obtenció dels dos punts de tangència, que són $\{(-1,3),(-3,-5)\}$.

COMISSIÓ GESTORA DE LES PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT

COMISIÓN GESTORA DE LAS PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD

SISTEMA UNIVERSITARI VALENCIÀ
SISTEMA UNIVERSITARIO VALENCIANO

PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT	PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD
CONVOCATÒRIA: JUNY 2010	CONVOCATORIA: JUNIO 2010
MATEMÀTIQUES II	MATEMÁTICAS II

BAREM DE L'EXAMEN: Cal elegir sols UNA de les dues OPCIONS, A o B, i s'han de fer els tres problemes d'aquesta opció.
Cada problema puntua fins a 10 punts.
La qualificació de l'exercici és la suma de les qualificacions de cada problema dividida entre 3, i aproximada a les centèsimes.
Cada estudiant pot disposar d'una calculadora científica o gràfica. Se'n prohibeix la utilització indeguda (guardar fórmules o text en memòria).
S'use o no la calculadora, els resultats analítics i gràfics han d'estar sempre degudament justificats.
BAREMO DEL EXAMEN: **Se elegirá solo UNA de las dos OPCIONES, A o B, y se han de hacer los tres problemas de esa opción.**
Cada problema se puntuará hasta 10 puntos.
La calificación del ejercicio será la suma de las calificaciones de cada problema dividida entre 3 y aproximada a las centésimas.
Cada estudiante podrá disponer de una calculadora científica o gráfica. Se prohíbe su utilización indebida (guardar fórmulas o texto en memoria).
Se utilice o no la calculadora, los resultados analíticos y gráficos deberán estar siempre debidamente justificados.

CRITERIOS DE CORRECCION/CRITERIS DE CORRECCIÓ

SIEMPRE SE VALORARÁ EL PLANTEAMIENTO Y EL DESARROLLO. ESTOS CRITERIOS DE CORRECCIÓN CONTIENEN UNA PROPUESTA DE CALIFICACIÓN MÁXIMA Y LAS SOLUCIONES, QUE DEBEN COMPROBARSE POR EL CORRECTOR.

OPCIÓN A

Problema A.1. Dadas las matrices cuadradas

$$I=\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix} \quad \text{y} \quad A=\begin{pmatrix}2&1&1\\2&3&2\\-3&-3&-2\end{pmatrix},$$

se pide:

a) Calcular las matrices $(A-I)^2$ y $A(A-2I)$. (*4 puntos*).

b) Justificar razonadamente que

b.1) Existen las matrices inversas de las matrices A y $A-2I$. (*2 puntos*).

b.2) No existe matriz inversa de la matriz $A-I$. (*2 puntos*).

c) Determinar el valor del parámetro real λ para el que se verifica $A^{-1}=\lambda(A-2I)$. (*2 puntos*).

Problema A.1. a) Hasta **2 puntos** por obtener que $(A-I)^2$ es la matriz nula. Hasta **2 puntos** por obtener que $A.(A-2I)$ es la opuesta de la matriz identidad.

b) Hasta **2 puntos** por cada una de las justificaciones que se piden.

c) Hasta **2 puntos** por determinar λ = -1.

Problema A.2. Dadas las rectas de ecuaciones

$$r\equiv\begin{cases}5x+y-z=4\\2x-2y-z=-5\end{cases} \quad \text{y} \quad s\equiv\begin{cases}x-y=-5\\z\;\;=4\end{cases},$$

se pide:

a) Justificar que las rectas r y s se cruzan. (*4 puntos*).

b) Calcular razonadamente la distancia entre las rectas r y s . (*3 puntos*).

c) Determinar la ecuación del plano π que es paralelo y equidistante a las rectas r y s. (*3 puntos*).

Problema A.2. a) Hasta **4 puntos** por justificar que se cruzan.

b) Hasta **3 puntos** por obtener que la distancia de las rectas es 3.

c) Hasta **1 punto** por obtener que la ecuación de los planos paralelos a r y s es $2x-2y-z+D=0$. Hasta **2 puntos** por determinar que para el valor $D=19/2$ se obtiene el plano equidistante de r y s.

Problema A.3. Se quiere construir un estadio vallado de 10000 metros cuadrados de superficie. El estadio está formado por un rectángulo de base x y dos semicírculos exteriores de diámetro x, de manera que cada lado horizontal del rectángulo es diámetro de uno de los semicírculos. El precio de un metro de valla para los lados verticales del rectángulo es de 1 euro y el precio de un metro de valla para las semicircunferencias es de 2 euros. Se pide obtener razonadamente:

a) La longitud del perímetro del campo en función de x. (*3 puntos*).

b) El coste $f(x)$ de la valla en función de x. (*3 puntos*).

c) El valor de x para el que el coste de la valla es mínimo. (*4 puntos*).

Problema A.3. a) Hasta **3 puntos** por obtener la longitud $\frac{20000}{x}-\frac{\pi x}{2}+\pi x=\frac{20000}{x}+\frac{\pi x}{2}$.

b) Hasta **3 puntos** por obtener $f(x)=\frac{20000}{x}-\frac{\pi x}{2}+2\pi x=\frac{20000}{x}+\frac{3\pi x}{2}$.

c) Hasta **4 puntos** por razonar que el mínimo absoluto de $f(x)$ se alcanza cuando $-\frac{20000}{x^2}+\frac{3\pi}{2}=0$, es decir 65,147 metros.

CRITERIOS DE CORRECCION/CRITERIS DE CORRECCIÓ

OPCIÓN B

Problema B.1. Dado el sistema de ecuaciones lineales que depende de los parámetros a, b y c

$$\begin{cases} 2ax+by+z = 3c \\ 3x-2by-2cz = a \\ 5ax-2y+cz = -4b \end{cases},$$

se pide:

a) Justificar razonadamente que para los valores de los parámetros $a=0,\ b=-1$ y $c=2$ el sistema es incompatible. (*3 puntos*).

b) Determinar razonadamente los valores de los parámetros a, b y c, para los que se verifica que $(x,y,z)=(1,2,3)$ es solución del sistema. (*4 puntos*).

c) Justificar si la solución $(x,y,z)=(1,2,3)$ del sistema del apartado b) es, o no, única. (*3 puntos*).

Problema B.1. a) Hasta **3 puntos** por justificar la incompatibilidad del sistema.

b) Hasta **1 punto** por la obtención del sistema en las indeterminadas *a, b* y *c*, al imponer que (1,2,3) sea solución, hasta **3 puntos** por calcular la solución (*a*,*b*,*c*) = (1,-1,1).

c) Hasta **3 puntos** por justificar que el sistema es compatible y determinado y por tanto su solución (1,2,3) es única.

Problema B.2. Sea r la recta de vector director $(2,-1,1)$ que pasa por el punto $P=(0,3,-1)$. Se pide:

a) Hallar razonadamente la distancia del punto $A=(0,1,0)$ a la recta r. (*4 puntos*).

b) Calcular razonadamente el ángulo que forma la recta que pasa por los puntos P y A con la recta r en el punto P. (*4 puntos*).

c) Si Q es el punto donde la recta r corta al plano de ecuación $z=0$, comprobar que el triángulo de vértices APQ tiene ángulos iguales en los vértices P y Q. (*2 puntos*).

Problema B.2. a) Hasta **4 puntos** por la distancia mínima de $\mathbf{r}(\lambda) = (2\lambda, 3-\lambda, \lambda-1)$ a $A = (0,1,0)$, $\sqrt{14}/2$ u.l. (que se alcanza para $\lambda = 1/2$)

b) Hasta **4 puntos** por la solución $\arccos\left(\sqrt{3/10}\right)$ = 0.991 rad = 56.79º (que es el ángulo que forma el vector director (2, –1, 1) con el vector *PA* = (0, –2, 1)).

c) Hasta **2 puntos** por la comprobación pedida.

Problema B.3. Dada la función polinómica $f(x)=4-x^2$, se pide obtener razonadamente:

a) La gráfica de la curva $y=4-x^2$. (2 *puntos*).

b) El punto *P* de esa curva cuya tangente es perpendicular a la recta de ecuación $x + y = 0$. (3 *puntos*).

c) Las rectas que pasan por el punto $(-2,1)$ y son tangentes a la curva $y=4-x^2$, obteniendo los puntos de tangencia. (5 *puntos*).

Problema B.3. a) Hasta **2 puntos** por la obtención de la gráfica.

b) Hasta **3 puntos** por el planteamiento y la obtención del punto $P=(-1/2,15/4)$.

c) Hasta **3 puntos** por la obtención de las dos rectas tangentes, $y-1=6(x+2)$ e $y-1=2(x+2)$ y hasta **2 puntos** por la obtención de los dos puntos de tangencia, que son $\{(-1,3),(-3,-5)\}$.