Módulo de Estadística

Tema 5: Modelos probabilísticos

Variable aleatoria

- El resultado de un experimento aleatorio puede ser descrito en ocasiones como una cantidad numérica.
- En estos casos aparece la noción de variable aleatoria
  - Función que asigna a cada suceso un número.
- Las variables aleatorias pueden ser discretas o continuas (como en el primer tema del curso).
- En las siguientes transparencias vamos a recordar conceptos de temas anteriores, junto con su nueva designación. Los nombres son nuevos. Los conceptos no.

Algunos modelos de v.a.

- Modelos distribución discretos

  (Cuando una función asigna probabilidad a los valores que puede tomar una v.a)

  - Bernoulli
  - Binomial
  - Poisson

- Modelos distribución continuos

  (Cuando la v.a. puede tomar los infinitos valores de un intervalo)

  - Normal

Distribución de Bernoulli

- Tenemos un experimento de Bernoulli si al realizar un experimentos sólo son posibles dos resultados:
  - X=1 (**éxito**, con probabilidad p)
  - X=0 (**fracaso**, con probabilidad q=1-p)

    - Lanzar una moneda y que salga cara.
      - p=1/2
    - Elegir una persona de la población y que esté enfermo.
      - p=1/1000 = prevalencia de la enfermedad
    - Aplicar un tratamiento a un enfermo y que éste se cure.
      - p=95%, probabilidad de que el individuo se cure

Distribución binomial

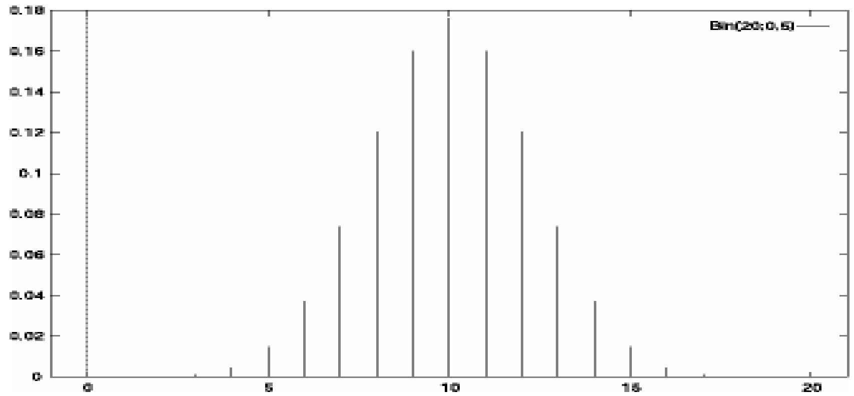
- Sea un fenómeno aleatorio que dá como resultado dos sucesos. Uno con probabilidad p y otro con probabilidad 1-p.
- Si se tienen n obsevaciones independientes del fenómeno aleatorio correspondiente a n individuos. La probabilidad que se observe la ocurrencia del suceso, en k de los n individuos podrá determinarse a través de una función de probabilidad de la binomial.
- Sea X la v.a. nº de individuos en los que se observa el suceso A → **X = B(n,p)**

- Función de probabilidad

$$P[X=k]=\binom{n}{k}p^k q^{n-k},\ 0\le k\le n$$

- Media: $\mu = E(x) = n\,p$

- Varianza: $\sigma^2 = V(x) = n\,p\,q$



Distribución de Poisson

- Sea λ el promedio de ocurrencias de un determinado suceso en un intervalo de tiempo o espacio. Además supóngase que se verifican las siguientes condiciones:

  1. Las ocurrencias del suceso son independientes
  2. Es posible observar un número infinito de ocurrencias en cada intervalo
  3. La probabilidad de ocurrencia del suceso en un intervalo es proporcional a su amplitud.

- La v.a. X= número de ocurrencias en ese intervalo de tiempo o espacio se ditribuye según → **X = P(λ)**

$$\boxed{P[X=k]=e^{-\lambda}\frac{\lambda^{k}}{k!},\ k=0,1,2,\ldots}$$

- Queda caracterizada por un único parámetro λ (que es a su vez su media y varianza.)

  media =E(x)=λ

  varianza= V(x)= λ

Distribución normal o de Gauss

Sea x una v.a. que puede tomar todos los posibles valores de un determinado intervalo y en particular asociadas a procesos de medición

- Aparece de manera natural:
  - Errores de medida.
  - Distancia de frenado.
  - Altura, peso,

- Está caracterizada por dos parámetros: La media, μ, y la desviación típica, σ.

- Su función de densidad es:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}$$

Tipificación

- Dada una variable de media μ y desviación típica σ, se denomina valor tipificado,z, de una observación x, a la distancia (con signo) con respecto a la media, medido en desviaciones típicas, es decir

$$\boxed{z = \frac{x-\mu}{\sigma}}$$

- En el caso de variable X normal, la interpretación es clara: Asigna a todo valor de N(μ, σ), un valor de N(0,1) que deja **exáctamente** la misma probabilidad por debajo.

- Nos permite así comparar entre dos valores de dos distribuciones normales diferentes, para saber cuál de los dos es más extremo.