# PROBLEMAS DE SELECTIVIDAD. PROGRAMACIÓN LÍNEAL

1. Se dispone de 200 hectáreas de terreno en las que se desea cultivar patatas y zanahorias. Cada hectárea dedicada al cultivo de patatas necesita 12,5 litros de agua de riego al mes, mientras que cada una de zanahorias necesita 40 litros, disponiéndose mensualmente de un total de 5000 litros de agua para el riego. Por otra parte, las necesidades por hectárea de abono nitrogenado son de 20 kg para las patatas y de 30 kg para las zanahorias, disponiéndose de un total de 4500 kg de abono nitrogenado. Si la ganancia por hectárea sembrada de patatas es de 300€ y de 400€ la ganancia por cada hectárea de zanahorias, ¿qué cantidad de hectáreas conviene dedicar a cada cultivo para maximizar la ganancia? ¿Cuál sería esta?

***(Julio 2016)***

2. Una empresa fabrica dos productos diferentes, P1 y P2, que vende a 300 y 350 € por tonelada (t), respectivamente. Para ello utiliza dos tipos de materias primas (A y B) y mano de obra. Las disponibilidades semanales de las materias primas son 30t de A y 36t de B, y las horas de mano de obra disponibles a la semana son 160. En la tabla siguiente se resumen los requerimientos (en t) de las materias primas y las horas de trabajo necesarias para la producción de una tonelada de cada producto:

| | materia prima (t) | | |
|---|---|---|---|
| Producto | A | B | Mano de obra (h) |
| P1 | 2 | 3 | 4 |
| P2 | 3 | 1 | 20 |

Determina la producción semanal que maximiza los ingresos de la empresa sabiendo que un estudio de mercado indica que la demanda del producto P2 nunca supera a la del producto P1. ¿A cuánto ascienden los ingresos máximos?

***(Julio 2015)***

3. Representa gráficamente la región determinada por el sistema de inecuaciones:

$$\begin{cases} x \geq \dfrac{y}{2} \\ 760x + 370y \leq 94500 \\ y + \dfrac{x}{2} \geq 100 \end{cases}$$

y calcula sus vértices. ¿Cuál es el máximo de la función $f(x,y) = x + y$ en esta región. ¿En qué punto se alcanza?

**4.** Un estudiante reparte propaganda publicitaria para conseguir ingresos. Le pagan 8 cts. de euro por cada impreso colocado en el parabrisas de un coche y 12 cts. por cada uno depositado en un buzón. Ha calculado que cada día puede repartir como máximo 150 impresos y la empresa le exige diariamente que la diferencia entre los colocados en coche y el doble de los colocados en buzones no sea inferior a 30 unidades. Además, tiene que introducir en buzones al menos 15 impresos diariamente. ¿Cuántos impresos debe colocar en coches y buzones para maximizar sus ingresos diarios? ¿Cuál es este ingreso máximo?
(julio 2013)

**5.** Un comerciante quiere invertir hasta 1000 euros en la compra de dos tipos de aparatos, A y B, pudiendo almacenar en total hasta 80 aparatos. Cada aparato de tipo A le cuesta 15 euros y lo vende a 22, cada uno del tipo B le cuesta 11 y lo vende a 17 euros. ¿Cuántos aparatos debe comprar de cada tipo para maximizar su beneficio? ¿Cuál es el beneficio máximo?

**6.** Sea el siguiente sistema de inecuaciones lineales:

$$\begin{cases} x+y\geq 1 \\ x+y\leq 2 \\ -x+y\leq 1 \\ x-y\leq 1 \end{cases}$$

a) Resuélvelo gráficamente.
b) Halla el máximo y el mínimo de la función $z = 2x + y$ en el conjunto solución de dicho sistema.

**7.** El dueño de una tienda de golosinas dispone de 10 paquetes de pipas, 30 chicles y 18 bombones. Decide que para venderlas mejor va a confeccionar dos tipos de paquetes. El tipo A estará formado por un paquete de pipas, dos chicles y dos bombones y se venderá a 1,50 euros. El tipo B estará formado por un paquete de pipas, cuatro chicles y un bombón y se venderá a 2 euros. ¿Cuántos paquetes de cada tipo conviene preparar para conseguir los ingresos máximos? Determina los ingresos máximos.

**8.** En un horno mallorquín se fabrican dos tipos de ensaimadas, grandes y pequeñas. Cada ensaimada grande requiere para su elaboración 500 g. de masa y 250 g. de relleno, mientras que una pequeña requiere 250 g. de masa y 250 g. de relleno. Se dispone de 20 kg. de masa y 15 kg. de relleno. El beneficio obtenido por la venta de una ensaimada grande es de 2 euros y el de una pequeña es de 1,5 euros.

a) ¿Cuántas ensaimadas de cada tipo tiene que fabricar el horno para que el beneficio obtenido sea máximo?
b) ¿Cuál es el beneficio máximo?

**9.** Un ganadero dispone de alimento concentrado y forraje para alimentar sus vacas. Cada kg. de alimento concentrado contiene 300 gr. de Proteína Cruda (PC), 100 gr. de Fibra Cruda (FC) y 2 Mcal. de Energía Neta de Lactancia (ENL) y su coste es 11 euros. Por su parte, cada kg. de forraje contiene 400gr. de PC, 300 gr. de FC y 1 Mcal. de ENL, siendo su coste de 6,50 euros. Determina la ración alimenticia de mínimo coste si sabemos que cada vaca debe ingerir al menos 3500 gr. de PC, 1500 gr. de FC y 15 Mcal. de ENL. ¿Cuál es su coste?

**10.** Una empresa va a construir dos tipos de apartamentos, uno de lujo y otro de superlujo. El coste del modelo de lujo es de 1 millón de euros y del de superlujo 1,5 millones, disponiendo para la operación 60 millones de euros. Para evitar riesgos, se cree conveniente construir al menos tantos apartamento de lujo como de superlujo y, en todo caso, no construir más de 45 apartamentos de lujo. ¿Cuántos apartamentos de cada tipo le interesa construir a la empresa si quiere maximizar el número total de apartamentos construidos? ¿Agotará el presupuesto disponible?

**11.** Dado el siguiente sistema de inecuaciones:

$$\begin{cases} x \geq -2 \\ x+3y+5 \geq 0 \\ y-4x \geq -6 \\ 3y-x \leq 4 \\ y-x \leq 2 \end{cases}$$

a) Representa gráficamente el conjunto de soluciones del mismo y determina sus vértices.

b) Obtén los puntos donde la función $f(x, y) = 2x - 3y$ alcanza los valores mínimo y máximo en dicha región.

**12.** Representar gráficamente el conjunto de soluciones del sistema de inecuaciones:

$$\begin{cases} 3x+2y \geq 0 \\ x-2y \geq -1 \\ 5x+4y \leq 16 \\ x-y \leq 5 \end{cases}$$

b) Determina los vértices de la región obtenida en el apartado anterior.

c) Calcula el punto donde alcanza el mínimo la función $f(x,y) = 3x - y$ en dicha región. Determina dicho valor mínimo.

**13.** Cierto armador se dedica a la pesca de rape y merluza. Las cuotas pesqueras imponen que sus capturas totales no excedan las 30 toneladas Tm. Por otro lado, la cantidad de rape como máximo puede triplicar a la de la merluza y, además, esta última no puede superar las 18 Tm. Si el precio del rape es de 15 €/kg y el de la merluza 10 €/Kg. ¿qué cantidades de cada especie debe pescar para maximizar sus ingresos?

**14.** Una fábrica de fertilizantes produce dos tipos de abono, A y B, a partir de dos materias primas $M_1$ y $M_2$. Para fabricar 1 tonelada métrica de A hacen falta 500 kg de $M_1$ y 750 kg de $M_2$, mientras que las cantidades de $M_1$ y $M_2$ utilizadas para fabricar 1 tonelada de B son 800 kg y 400kg, respectivamente. La empresa tiene contratado un máximo de 10 toneladas de cada materia prima y vende a 1.000 € y 1.500 € cada tonelada de abono de A y B, respectivamente. Sabiendo que la demanda de B nunca llega a triplicar la de A, ¿cuántas toneladas de cada abono debe fabricar para maximizar sus ingresos y cuáles son éstos?

**15.** Halla los vértices de la región determinada por las siguientes inecuaciones:

$$3x + y \leq 12, \qquad x - 2y \geq -3, \qquad y \geq \frac{x}{2} - 2, \qquad 2x + 3y \geq 1$$

b) Calcula los puntos de la región donde la función *f(x,y) = 3 x – 2 y* alcanza los valores máximo y mínimo y determina éstos.

**16.** Una refinería de petróleo adquiere dos tipos de crudo, ligero y pesado, a un precio de 70 y 65 euros por barril, respectivamente. Con cada barril de crudo ligero la refinería produce 0,3 barriles de gasolina 95, 0,4 barriles de gasolina 98 y 0,2 barriles de gasoil. Asimismo, con cada barril de crudo pesado produce 0,1, 0,2 y 0,5 barriles de cada uno de estos tres productos, respectivamente. La refinería debe suministrar al menos 26.300 barriles de gasolina 95, 40.600 barriles de gasolina 98 y 29.500 barriles de gasoil. Determina cuántos barriles de cada tipo de crudo debe comprar la refinería para cubrir sus necesidades de producción con un coste mínimo y calcula éste.

**17.** Una destilería produce dos tipos de whisky blend mezclando sólo dos maltas destiladas distintas, A y B. El primero tiene un 70% de malta A y se vende a 12€/litro, mientras que el segundo tiene un 50% de dicha malta y se vende a 16 €/litro. La disponibilidad de las maltas A y B son 132 y 90 litros, respectivamente. ¿Cuántos litros de cada whisky debe producir la destilería para maximizar sus ingresos, sabiendo que la demanda del segundo whisky nunca supera a la del primero en más del 80%? ¿Cuáles serían en este caso los ingresos de la destilería?

**18.** Las necesidades vitamínicas de una persona son de un mínimo de 36 mgr. de vitamina A, 28 mgr. de vitamina C Y 34 mgr. de vitamina D. Estas necesidades de cubren tomando pastillas de la marca *Energic* y de la marca *Vigor*. Cada pastilla de la marca *Energic* cuesta 0,03 € y proporciona 3 mgr. de vitamina A, 2 mgr. de vitamina C y 8 mgr. de vitamina D. Cada pastilla de la marca *Vigor* cuesta 0,04 € y proporciona 2mgr. de vitamina A, 2 mgr. de vitamina C y 2 mgr. de vitamina D. ¿Cuántas pastillas de cada marca se han de tomar diariamente si se desean cubrir las necesidades vitamínicas básicas con el menor coste posible? Determinar dicho coste.

**19.** Un vendedor dispone de 350000 € para invertir en dos tipos de microondas. El que dispone de más accesorios tiene un coste de 150 € y reporta un beneficio de 15 € por unidad vendida, mientras que el otro modelo sólo proporciona u beneficio de 11 € por unidad vendida y tiene un coste de 100 €. Sabiendo que sólo se pueden almacenar 3000 microondas y que no se venderán más de 2000 del modelo más caro, determinar cuántos microondas de cada clase se deben comprar para maximizar el beneficio y calcular éste.

**20.** Representar la región factible dada por el sistema de inecuaciones:

$$\begin{aligned} x+y &\geq -1 \\ x &\leq 2 \\ y &\geq -1 \\ x &\geq 3y-\frac{1}{2} \end{aligned}$$

y hallar los puntos de la región en los que la función f(x,y) = 2 x + 3 y alcanza los valores máximo y mínimo y obtener dichos valores.

**21.** Una empresa farmacéutica tiene en la actualidad dos líneas de investigación, la de medicamentos antiinflamatorios no esteroides y la de fármacos ansiolíticos. Desea invertir en la investigación a lo sumo tres millones de euros, con la condición de dedicar por lo menos 1,5 millones de euros a los ansiolíticos, con los que espera obtener un beneficio del 10%. En cambio en la investigación sobre medicamentos antiinflamatorios, aunque se calcula un beneficio del 25%, no debe invertir más de un millón de euros. ¿Qué cantidad debe dedicar a cada línea de investigación para maximizar beneficios, si además debe dedicar a los ansiolíticos al menos el doble de dinero que a los antiinflamatorios? ¿Qué beneficio obtendrá de esta forma la empresa?