

CICLO I

MATEMÁTICAS

Programa de Formación Básica para Jóvenes.

P A R T E 1

*Iniciatives
Solidaires*

1.- NÚMEROS NATURALES Y DECIMALES

1.1 Posición de las cifras de un número natural.

Los **números naturales** son los números que conocemos (**0, 1, 2, 3...**). Los números naturales están **ordenados**, lo que nos permite compararlos entre ellos. Por ejemplo:

$$5 > 3 \rightarrow 5 \text{ es mayor que } 3$$

$$3 < 5 \rightarrow 3 \text{ es menor que } 5$$

La **posición** en la que **colocamos los números** es muy importante (no es lo mismo 25 que 52). El lugar en el que colocamos los números tiene un valor y un nombre. Veamos:

Unidad de millón	●	Centena de mil	Decena de Mil	Unidad de mil	●	Centena	Decena	Unidad
								1
							1	0
						1	0	0
				1	●	0	0	0
			1	0	●	0	0	0
		1	0	0	●	0	0	0
1	●	0	0	0	●	0	0	0



Ejercicio 1: Escribe con letras y con números las siguientes cantidades:

3.025.362: _____

63.004,50: _____

11.552.379: _____

10.236: _____

Ocho millones cincuenta mil treinta y tres: _____

Quinientas y una mil setecientos dieciséis: _____

Seis millones cuarenta y ocho mil seis: _____

Veinte mil ocho con setenta: _____



1.2 Los números decimales y su valor.

Los **números decimales** tienen una **PARTE ENTERA** y una **PARTE DECIMAL**. La **parte entera** se compone de los números que quedan a la izquierda de la coma, mientras que la **parte decimal** son los números que quedan a la derecha de la coma. Por ejemplo:

345,52
 Parte entera Parte decimal

345: es la parte entera.
52: es la parte decimal.

Al igual que los números naturales, **las cifras de los números naturales también tienen un valor**. Vamos a verlo:

Número decimal	Cente-nas de mil	Decenas de mil	Unidad de mil	•	Centena	Decena	Unidad	,	Décima	Centésima	Milésima
345,52					3	4	5	,	5	2	
540.382,002	5	4	0	•	3	8	2	,	0	0	2
32.005,251		3	2	•	0	0	5	,	2	5	1
1,623							1	,	6	2	3
4571,5			4	•	5	7	1	,	5		



¡Vamos a practicar!

Ejercicio 2: Indica cuál es la parte entera y la parte decimal de los siguientes números:

52,1 Parte entera: _____ Parte decimal: _____

221,56 Parte entera: _____ Parte decimal: _____

5.563,458 Parte entera: _____ Parte decimal: _____



Ejercicio 3: Indica qué valor tiene cada cifra señalada:

Por ejemplo: 52,31 → centésima

48,352,25 _____ 5.061,543 _____

61,5 _____ 5,5341 _____

1.3 Operaciones básicas con números naturales y decimales.

SUMAR

Cuando vayamos a hacer una **suma con decimales** tenemos que poner los números fijándonos en que **las comas estén una encima de la otra** (de manera que queden las unidades con las unidades, las decenas con las decenas...). Una vez bien colocadas, sólo tendremos que hacer la operación respetando la posición de la coma.

Vamos a ver un ejemplo:

$$\begin{array}{r} 345,2 + 25,561 \rightarrow \\ \underline{25,561} \\ 370,761 \end{array}$$

Fíjate en que todas las comas están en la misma posición.

Si uno de los números no tiene coma, pondremos las unidades con las unidades,...

$$\begin{array}{r} 150 \\ \underline{78,25} \\ 228,25 \end{array}$$



Ejercicio 4: Realiza las siguientes sumas:

$250,83 + 859,25 + 43,60 =$

$130,25 + 33,80 + 879,32 =$

$860,27 + 230,73 + 63,60 =$

$425,21 + 860,27 + 25,52 =$



RESTAR

Para hacer una **resta con decimales**, colocaremos los números igual que en la suma (**las comas una encima de la otra o unidad con unidad...**). En este caso, en lugar de sumar, **restaremos respetando la posición de la coma**.

Vamos a verlo:

$$\begin{array}{r} 842,6 - 24,32 \rightarrow \\ \underline{24,32} \\ 818,28 \end{array}$$

El número de arriba es el que resta al de abajo.

- Si el número de arriba es menor que el de abajo, le sumaremos 10 para poder restar y nos llevaremos una unidad.
- Si no hay número arriba pondremos un 0 (que se contará como 10).



Ejercicio 5: Realiza las siguientes restas:

$$9875 - 176,2 =$$

$$416,21 - 151,72 =$$



$$325,71 - 145,32 =$$

$$4253 - 238,75 =$$

MULTIPLICAR

Para **multiplicar**, primero **cogemos las unidades del multiplicando** (número de abajo) (5) **y las multiplicamos por todas las cifras del multiplicador** (número de arriba) (5, 2 y 3), empezando por las unidades. **Luego multiplicamos las decenas del multiplicando** (1) **por las cifras del multiplicador** (5, 2 y 3), dejando un hueco vacío en las unidades. Así sucesivamente hasta que no nos quede ninguna cifra en el multiplicando.

Por último, **sumamos**:

$$\begin{array}{r} 325 \\ \times 15 \\ \hline 1625 \\ + 325 \\ \hline 4875 \end{array}$$

Si la multiplicación tiene **números decimales**, haremos la operación como si no hubiera comas. Una vez terminada, contaremos el número de decimales **TOTAL** (tanto del multiplicando como del multiplicador) y **colocaremos la coma en la posición que corresponda** según el número de decimales, **empezando a contar desde la derecha**.

$$\begin{array}{r} 523,25 \\ \times 21,23 \\ \hline 156975 \\ 104650 \\ 52325 \\ + 104650 \\ \hline 11108,5975 \end{array}$$

Después de hacer la multiplicación, **contamos los decimales** (en este caso hay 4); **y ponemos la coma donde corresponda**.

Algunos consejos útiles para resolver multiplicaciones:

- El orden de los factores no altera el producto (23 x 15 dará el mismo resultado que 15 x 23)
- Cuando multiplicamos un número por 1, el resultado es el mismo número (3 x 1 = 3)
- Cualquier número multiplicado por 0, el resultado será 0 (2.345.723 x 0 = 0)



Ejercicio 6: Realiza las siguientes multiplicaciones:

$$90,61 \times 205$$

$$50,91 \times 308$$

$$72,84 \times 305$$

$$25,84 \times 12,6$$



DIVIDIR

La división es la operación que representa una distribución, partición, reparto, etc. de una cantidad en partes iguales.

Tenemos que conocer los **términos de la división**:

Dividendo → 324 ← **divisor**

Resto → 08 ← **cociente (resultado)**

Si en una **división** nos encontramos una **coma en el dividendo**, haremos la división como si no hubiera coma y justo antes de bajar la cifra de la derecha de la coma, nos pasaremos la coma al cociente. Por ejemplo:

$$\begin{array}{r} 40,8 \quad | \quad 2 \quad \underline{\hspace{1cm}} \\ 00 \quad 20,4 \\ 08 \\ 0 \end{array}$$

Vamos a ver más detalladamente cómo se hace una **división de más de una cifra** con este ejemplo:

$$238,5 \overline{)45}$$

1. Lo primero que tenemos que hacer es fijarnos en **cuántas cifras tiene el divisor**.
2. Para empezar a dividir, **cogeremos del dividendo el mismo número de cifras que hay en el divisor. ¡Ojo!** Si las cifras que hemos cogido del dividendo forman un número menor que el divisor **cogeremos una cifra más**. Ahora ya podemos empezar a dividir.
3. Para saber por qué número vamos a dividir, **taparemos la cifra de la derecha del dividendo y del divisor** y pensaremos en **qué número multiplicado por la cifra que nos queda del divisor se acerca más a la cifra o cifras que me quedan en el dividendo**.
4. Una vez elegida esta cifra, **la anotaremos en el cociente**, y **la multiplicaremos por el divisor, restando al mismo tiempo con el dividendo**.
5. **Una vez hecha la resta, bajaremos la siguiente cifra**, y volveremos a hacer los pasos 3 y 4 hasta que no se pueda bajar más cifras.

$$\overbrace{238,5} \overline{)45}$$

Como el divisor (45) tiene dos cifras, cogeremos dos cifras del dividendo (23). Nos damos cuenta de que 23 es menor que 45, por lo que tendremos que coger una cifra más (238).

$$\overbrace{238,5} \overline{)45}$$

Tapamos la cifra de la derecha en el dividendo y en el divisor y pensamos en qué número multiplicado por 4 se acerca más a 23. En este caso es el 5 (5 x 4 = 20). Pondremos el 5 en el cociente.

$$\begin{array}{r} \overbrace{238,5} \overline{)45} \\ 13 \quad 5 \end{array} \quad \begin{array}{r} \overbrace{238,5} \overline{)45} \\ 13 \quad 5 \quad 5, \end{array}$$

Multiplicamos 5 x 45 y al mismo tiempo restamos a 238. Ahora es el momento de pasarnos la coma al cociente. Bajamos la siguiente cifra (5) y volvemos a buscar el número por el que multiplicaremos (qué número multiplicado por 4 se acerca más a 13. El 3)

$$\begin{array}{r} \overbrace{238,5} \overline{)45} \\ 135 \quad 5,3 \\ \underline{00} \end{array}$$

Multiplicamos 3 x 45 y al mismo tiempo restamos a 135. El resto nos da 0, ya tenemos nuestra división terminada.

PRUEBA DE LA DIVISIÓN:

Para hacer la **PRUEBA DE LA DIVISIÓN**, seguiremos la siguiente fórmula:

$$\text{Cociente} \times \text{divisor} + \text{resto} = \text{dividendo}$$

Multiplicaremos el cociente por el divisor y le sumaremos el resto (si es diferente de 0). Si el resultado de esto nos da igual que el dividendo, entonces la división es correcta.



Ejercicio 7: Realiza las siguientes divisiones:

$$430 : 5$$

$$46,40 : 32$$



$$2358,4 : 67$$

$$1241,2 : 58$$

Cuando nos encontremos **multiplicaciones y divisiones entre 10, 100, 1.000, 10.000...** no es necesario que hagamos las operaciones, siguiendo unas sencillas normas lo tenemos hecho:

MULTIPLICACIÓN:	DIVISIÓN:
<ul style="list-style-type: none"> - Si el multiplicando tiene coma: la moveremos hacia la <u>derecha</u> tantas posiciones como número de ceros tenga el multiplicador. <i>Por ejemplo:</i> $5,34 \times 100 = 534$ <u>Si me quedo sin números, añadiré ceros:</u> $3,42 \times 1.000 = 3.420$ - Si el multiplicador NO tiene coma: le <u>añadiremos</u> tantos <u>ceros</u> como tenga el multiplicador. <i>Por ejemplo:</i> $8 \times 1.000 = 8.000$ 	<ul style="list-style-type: none"> - Si el dividendo tiene coma: la moveremos hacia la <u>izquierda</u> tantas posiciones como número de ceros tenga el divisor. <i>Por ejemplo:</i> $834,2 : 100 = 8,342$ - Si el dividendo NO tiene coma: le pondremos la coma donde corresponda según el número de ceros del divisor <u>empezando a contar desde la derecha</u>. <i>Por ejemplo:</i> $452 : 100 = 4,52$



Ejercicio 8: Realiza las siguientes operaciones:

$$67 \times 100 =$$

$$2067 : 100 =$$

$$2,07 \times 1000 =$$

$$40,7 : 10 =$$

$$100 \times 10 =$$

$$365 : 1000 =$$

$$3,256 \times 100 =$$

$$25,3 : 100 =$$



1.4 Jerarquía de las operaciones.

En una **operación** matemática podemos encontrarlos **sumas, restas, multiplicaciones y divisiones juntas**. Para calcularla de forma correcta, tenemos que seguir un orden:

1º Calcularemos lo que hay entre **paréntesis**.

2º Calculamos las **multiplicaciones y divisiones**.

3º Calculamos las **sumas y las restas**.

Vamos a ver un ejemplo:

$$5 + 3 \cdot 2 - (2 + 1) + 6 =$$

$$5 + 3 \cdot 2 - 3 + 6 =$$

$$5 + 6 - 3 + 6 = 14$$

En nuestro ejemplo, primero haremos el paréntesis, el resto lo copio igual.

Luego haremos la multiplicación.

Por último, las sumas y las restas.



Ejercicio 9: Realiza las siguientes operaciones:

$$12 + 3 \cdot (4 + 5) =$$

$$21 - 6 \cdot 3 + 2 =$$

$$15 + 8 \cdot (5 + 4) =$$

$$(4 + 9) \cdot (8 - 3) =$$

$$19 + 5 \cdot 12 =$$

$$8 + 6 \cdot 3 - 9 =$$



2.- DIVISIBILIDAD

2.1 Múltiplo de un número.

Un múltiplo de un número **es el resultado de multiplicar ese mismo número por el número que sea** (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, etc.).

¡Mira estos ejemplos!

$3 \times 2 = 6$		$5 \times 2 = 10$	
$3 \times 3 = 9$		$5 \times 3 = 15$	
$3 \times 4 = 12$		$5 \times 4 = 20$	
$3 \times 5 = 15$	← Múltiplos de 3	$5 \times 5 = 25$	← Múltiplos de 5
$3 \times 6 = 18$		$5 \times 6 = 30$	
$3 \times 7 = 21$		$5 \times 7 = 35$	
$3 \times 8 = 24$		$5 \times 8 = 40$	
$3 \times 9 = 27$		$5 \times 9 = 45$	
$3 \times 10 = 30$		$5 \times 10 = 50$	



Ejercicio 10: Escribe de menor a mayor, los cinco primeros múltiplos de los siguientes números:

5 : _____

6 : _____

4 : _____

8 : _____



2.2 Divisor de un número.

Los divisores de un número son los **números por los que puedo dividir** con resultado exacto.

¡Mira estos ejemplos!

$12 : 1 = 12$		$20 : 1 = 20$	
$12 : 2 = 6$	1, 2, 3 y 12 son divisores del 12	$20 : 2 = 10$	1, 2, 4 y 10 son divisores del 20
$12 : 3 = 4$		$20 : 4 = 5$	
$12 : 12 = 1$		$20 : 10 = 2$	

Cualquier número se puede dividir, como mínimo, por sí mismo y por 1.

Por lo que siempre que nos pidan los divisores de un número, pondremos seguro el 1 y el mismo número.

Por ejemplo: divisores del número 8 : **1, 2, 4 y 8**



Ejercicio 11: Escribe todos los divisores que conozcas de los siguientes números:

6: _____

12: _____

24: _____

18: _____



2.3 ¿Qué es una potencia?

Una potencia es una **forma abreviada** de escribir una **MULTILICACIÓN** de un número por sí mismo.

Por ejemplo: $5 \times 5 \times 5 = 5^3$

Una potencia está formada por una **base** y por un **exponente**:

3^4 → exponente
↓
base

El exponente me indica el **NÚMERO DE VECES** que tengo que **MULTIPLICAR LA BASE**.

$$2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$$

2^3 NO es igual a 6



Ejercicio 12: Calcula el valor de las siguientes potencias:

$4^3 =$

$2^4 =$

$1^5 =$

$6^2 =$

2.4 Descomposición factorial de un número.

La descomposición factorial es **descomponer** o reducir un número en **factores primos**.

Los **números primos** son aquellos que sólo se pueden dividir entre sí mismos y por el 1 (sus únicos divisores son el 1 y el mismo número).

Algunos **números primos** son: **1, 2, 3, 5, 7, 11, 13...**

Vamos a ver cómo se descompone un número con un **ejemplo**:

1.- Vamos a descomponer el **número 24**, que debemos factorizar.

2.- A su lado derecho **dibujaremos una línea vertical**.

3.- A la derecha de esta línea escribiremos el **número primo más pequeño por el que podemos dividirlo** (NUNCA EL 1), y el **resultado** de esta división lo escribiremos en **la parte izquierda**.

4.- **Con este resultado volveremos a hacer lo mismo** hasta que tengamos como resultado el número 1, ya que no se puede descomponer más.

24		24		2	24		2
		12			12		2
					6		2
					3		3
					1		



Ejercicio 13: Descompón en factores primos los siguientes números y exprésalos en factores primos (en forma de potencia):

12 |

12 =

15 |

15 =

40 |

40 =

100 |

100 =

2.5 Mínimo Común Múltiplo (m.c.m.).

Para hallar el **mínimo común múltiplo (m.c.m.)** de dos o más números, me tendré que fijar en los números expresados en factores primos después de descomponerlos. ($12 = \underline{2^2 \times 3}$ y $30 = \underline{2 \times 3 \times 5}$). Cogemos tanto los factores **COMUNES** como los **NO COMUNES**. (Comunes quiere decir que se repiten tanto en uno como en otro número. En nuestro ejemplo, el 2 y 3 son comunes, el 5 sería no común).

De los que se repitan, además cogemos los que tengan el **EXPONENTE MÁS ALTO**.

Una vez haya cogido los números correctos, los **multiplicaremos**.

Veamos un ejemplo paso a paso:

Halla el mínimo común múltiplo de 36 y 50.

1º Descomponemos los números hasta que nos quede 1:

36 | 2
18 | 2
9 | 3
3 | 3
1

50 | 2
25 | 5
5 | 5
1

2º Expresamos la descomposición en factores primos:

$$36 = 2^2 \times 3^2$$

$$50 = 2 \times 5^2$$

3º Elegimos los factores comunes y los no comunes con el exponente más alto:

$$\text{m.c.m.} = 2^2 \times 3^2 \times 5^2$$

4º Multiplicamos:

$$\text{m.c.m.} = 4 \times 9 \times 25 = 900$$



Ejercicio 14: Halla en mínimo común múltiplo (m.c.m.) de los siguientes pares de números:

15 y 100	18 y 20
12 y 15	40 y 100



2.6 Máximo Común Divisor (m.c.d.).

Para hallar el **máximo común divisor (m.c.d.)** de dos o más números, también nos fijaremos en los números expresados en factores primos después de descomponerlos. ($12 = \underline{2^2} \times \underline{3}$ y $30 = \underline{2} \times \underline{3} \times \underline{5}$). En este caso cogeremos **SÓLO** los números **COMUNES** (los que se repiten tanto en uno como en otro número); con el **EXPONENTE MÁS BAJO**. (en este ejemplo el m.c.d. = $2 \times 3 = 6$)

Una vez haya cogido los números correctos, los **multiplicaremos**.

Vamos a ver un ejemplo:

Halla el máximo común divisor de 36 y 50.

1º Descomponemos los números hasta que nos quede 1:

$$\begin{array}{r|l} 36 & 2 \\ 18 & 2 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 50 & 2 \\ 25 & 5 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

2º Expresamos la descomposición en factores primos:

$$36 = 2^2 \times 3^2$$

$$50 = 2 \times 5^2$$

3º Elegimos los factores comunes con el exponente más bajo:

m.c.d. = 2 (el único número común es el 2, si hubiesen más números comunes, los multiplicaríamos).



Ejercicio 15: Halla el máximo común divisor (m.c.m.) de los siguientes pares de números:

15 y 100	18 y 20
12 y 15	40 y 100

