



# XIV CONCURSO CANGURO MATEMÁTICO 2007

Nivel 4 (4° de E.S.O.)

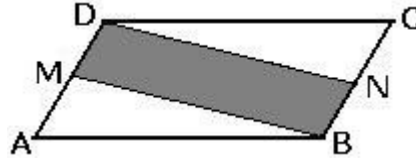


No se permite el uso de calculadoras. Hay una única respuesta correcta para cada pregunta. Cada pregunta mal contestada se penaliza con 1/4 de los puntos que le corresponderían si fuera correcta. Las no contestadas no se puntúan ni se penalizan.

**Las preguntas 1 a 10 valen 3 puntos cada uno.**

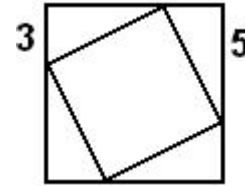
- 1** Al dividir A por 2007, el cociente es 1001 y el resto 2006. El valor de A es:  
A) 204713    B) 2011013    C) 20074013    D) 20082013    E) 20130013

- 2** El área del paralelogramo ABCD es 10. Los puntos M y N son los puntos medios de AD y BC, respectivamente. El área del cuadrilátero MBND es  
A) 0,5    B) 2,5    C) 5    D) 10    E) imposible saberlo



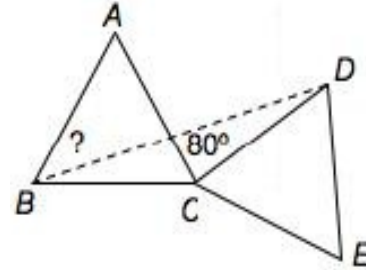
- 3** El cuadrado pequeño está inscrito en el grande como muestra la figura. Hallar el área del cuadrado pequeño.

- A) 16    B) 28    C) 34    D) 36    E) 49



- 4** ABC y CDE son triángulos equiláteros iguales situados en un plano. Si el ángulo ACD = 80°, ¿cuánto vale el ángulo ABD?

- A) 25°    B) 30°    C) 35°    D) 40°    E) 45°



- 5** El cuentakilómetros de mi coche marca 15951. Hallar el menor número de kilómetros que han de pasar hasta que vuelva a aparecer un número capicúa:

- A) 100    B) 110    C) 710    D) 900    E) 1010

- 6** Si la operación  $\Theta$  significa  $x\Theta y = xy - 2x$ , el valor de  $2\Theta (4\Theta 6)$  es igual a:

- A) 4    B) 16    C) 28    D) 32    E) 36

- 7** La media aritmética de  $\frac{1}{4}$ ,  $\frac{1}{3}$  y  $\frac{1}{2}$  es:

- A)  $\frac{1}{9}$     B)  $\frac{1}{3}$     C)  $\frac{13}{36}$     D)  $\frac{5}{12}$     E)  $\frac{11}{24}$

- 8** La cifra de las unidades del número  $11^{2007} + 14^{2008} + 16^{2009}$  es:

- A) 1    B) 3    C) 4    D) 6    E) 9

- 9** ¿Cuál de las siguientes expresiones no tiene sentido definido para TRES números?

- A) La diferencia entre su producto y su suma    B) El producto de su suma por su producto  
C) La suma de sus cuadrados    D) la diferencia de sus cuadrados    E) El cuadrado de su suma.

- 10** La solución de la ecuación  $(X + 2^{2007})^2 - (X - 2^{2007})^2 = 2^{2008}$  es:

- A) 1    B) 2    C)  $\frac{1}{2}$     D)  $2^2$     E)  $2^{2008}$

**Las preguntas 11 a 20 valen 4 puntos cada una**

**11** Un coro tiene 32 miembros, de los que 12, además, tocan algún instrumento. 8 de esos 12 son hombres. El 60% de las mujeres del coro no tocan ningún instrumento. ¿Cuántas mujeres hay en el coro?

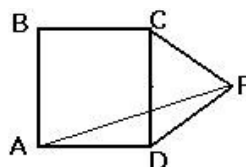
- A) 8      B) 10      C) 12      D) 14      E) la respuesta no es única

**12** Una encuesta prueba que  $\frac{2}{3}$  de los usuarios compran el producto A y  $\frac{1}{3}$  compran el producto B. Tras una campaña publicitaria de apoyo al producto B una nueva encuesta demuestra que  $\frac{1}{4}$  de los usuarios que preferían A están ahora comprando B. Ahora se tiene

- A)  $\frac{5}{12}$  de los usuarios compran A,  $\frac{7}{12}$  compran B      B)  $\frac{1}{4}$  de los usuarios compran A,  $\frac{3}{4}$  compran B  
 C)  $\frac{7}{12}$  de los usuarios compran A,  $\frac{5}{12}$  compran B      D)  $\frac{1}{2}$  de los usuarios compran A,  $\frac{1}{2}$  compran B  
 E)  $\frac{1}{3}$  de los usuarios compran A,  $\frac{2}{3}$  compran B

**13** ABCD es un cuadrado y CDF un triángulo equilátero, con F exterior al cuadrado. La medida del ángulo BAF es:

- A)  $60^\circ$       B)  $75^\circ$       C)  $85^\circ$       D)  $67^\circ 30'$       E) otra respuesta

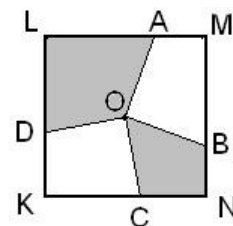


**14** Se tienen 15 números naturales consecutivos, el mayor de los cuales es impar. La suma de los números pares que hay entre los 15 vale a. Entonces, el menor de los 15 números es

- A)  $\frac{a}{7} - 7$       B)  $a - 15$       C)  $\frac{a}{8}$       D)  $\frac{a}{15} - 15$       E) imposible saberlo

**15** Los segmentos OA y OB, OC y OD se trazan desde el centro O del cuadrado KLMN a sus lados, de modo que, OA es perpendicular a OB y OC es perpendicular a OD (ver figura). Si el lado del cuadrado es 2, el área de la parte sombreada es

- A) 1      B) 2      C) 2,5      D) 2,25      E) depende de la elección de B y C

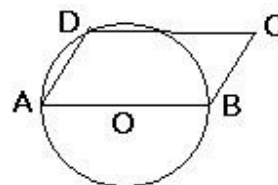


**16** Un entero positivo  $n$  tiene 2 divisores, y  $n+1$  tiene 3 divisores. ¿Cuántos divisores tiene  $n+2$ ?

- A) 2      B) 3      C) 4      D) 5      E) depende de  $n$

**17** El ángulo agudo del paralelogramo de la figura mide  $60^\circ$ . El radio del círculo es  $AO = 3$  cm. ¿Cuánto vale el área del paralelogramo?

- A)  $\frac{9\sqrt{3}}{4}$       B)  $\frac{9\sqrt{3}}{2}$       C)  $\frac{3\sqrt{3}}{4}$       D)  $\frac{3\sqrt{3}}{2}$       E)  $9\sqrt{3}$



**18** El número  $2007^{(x-8)(x-16)}$  es mínimo para el valor de  $x$ :

- A)  $x = 6$       B)  $x = 9$       C)  $x = 12$       D)  $x = 15$       E)  $x = 18$ .

**19** Tres segmentos tienen longitudes 1,  $k$ ,  $2k$ . Esos segmentos son los lados de un triángulo si y sólo si

- A)  $0 < k < 1$       B)  $\frac{1}{3} < k < 1$       C)  $0 < k < \infty$       D)  $\frac{1}{3} < k < \infty$       E)  $1 < k < \infty$

**20** Si, para la función cuadrática  $f(x) = x^2 + 2x + c$ , cuyo discriminante vale  $D = 4 - 4c$ , se cumple  $0 > f(-1) > f(1)$ , entonces se verifica

- A)  $c < 0$ ,  $D = 0$       B)  $c < 0$ ,  $D < 0$       C)  $c > 0$ ,  $D = 0$       D)  $c > 0$ ,  $D > 0$       E)  $c < 0$ ,  $D > 0$

**Las preguntas 21 a 30 valen 5 puntos cada una**

21

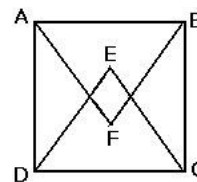
El 15% de los alumnos de la clase son zurdos, todos los demás, son diestros. ¿Cuál es el menor número de alumnos que puede tener la clase para que esto sea posible?

- A) 15      B) 20      C) 25      D) 30      E) 100

22

En la figura, ABCD es un cuadrado de lado uno y los triángulos ABF y DEC son equiláteros, con E y F interiores al cuadrado. La longitud de EF vale:

- A)  $\frac{1}{2}$       B)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$       C)  $\sqrt{2}$       D)  $2\sqrt{3} - 1$       E)  $\frac{3}{2}$



23

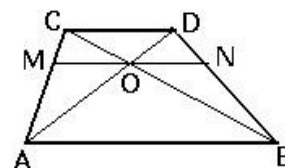
¿A quién es igual  $a^2c - 1 + a^2 - c$  ?

- A)  $(c+1)(a+1)(a-1)$       B)  $(c-1)(a+1)(a-1)$       C)  $(c+1)(a+1)^2$       D)  $(c+1)(a-1)^2$       E)  $(c-1)(a+1)^2$

24

En el trapecio ABCD, la base mayor AB mide 10; la base menor, CD, 6. El punto O es el de intersección de las diagonales y el segmento MN, paralelo a las bases, pasa por O. Entonces, la longitud de MN es:

- A) 15      B)  $4\sqrt{10}$       C) 4      D)  $\frac{15}{2}$       E)  $3\sqrt{3}$



25

Los lados de un triángulo rectángulo son números naturales. Si uno de los catetos mide 99, ¿cuál es, como mínimo, la longitud de la hipotenusa?

- A) 451      B) 101      C) 549      D) 885      E) 9801

26

¿Cuánto vale el producto

$$\left(1 + \frac{1}{2}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{3}\right) \cdot \left(1 + \frac{1}{4}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{5}\right) \cdot \left(1 + \frac{1}{6}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{7}\right) \cdot \left(1 + \frac{1}{8}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{9}\right) \cdot \left(1 + \frac{1}{10}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{11}\right) ?$$

- A) 1      B) 2      C) 4      D) 5,5      E) 10

27

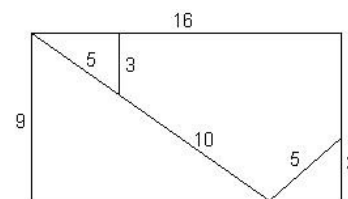
El número de manzanas está comprendido entre 100 y 200 (ambos inclusive). Si ponemos 10 manzanas en cada caja, queda 1 manzana. Si ponemos 9 manzanas en cada caja, quedan 5 manzanas. ¿Cuántas manzanas quedarán si ponemos 7 manzanas en cada caja?

- A) 0      B) 1      C) 3      D) 5      E) 6

28

Cuando el rectángulo 16x9 de la figura se corta en piezas en la forma indicada, se pueden reunir las piezas para formar un cuadrado. ¿Cuál es el perímetro de ese cuadrado?

- A) 50      B) 48      C) 36      D) 40      E) No se puede formar un cuadrado



29

En un grupo de hombres y mujeres, la edad promedio es 31 años. La edad promedio de los hombres es 35 años y la de las mujeres, 25 años. Entonces, la razón del número de hombres al de mujeres es:

- A) 5 : 7      B) 7 : 5      C) 2 : 1      D) 4 : 3      E) 3 : 2

30

ABCD es un paralelogramo. M y N son los puntos medios de los lados BC y CD, respectivamente. Entonces la razón del área del triángulo AMN a la del paralelogramo es

- A)  $\frac{1}{4}$       B)  $\frac{1}{3}$       C)  $\frac{3}{8}$       D)  $\frac{1}{2}$       E)  $\frac{5}{8}$

