Tema 6

Ecuaciones (grado 2 y 3). Sistemas de ecuaciones (2x2 y 3x3)

- Ecuaciones de segundo grado.
- Ecuaciones de tercer grado.
- Sistemas lineales de dos ecuaciones con dos incógnitas.
- Sistemas lineales de tres ecuaciones con tres incógnitas.

ECUACIONES DE SEGUNDO GRADO

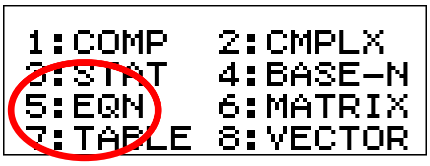
¿Sabías que…

Aunque existen evidencias de que ya los babilonios, sobre el año 1600 antes de Cristo, podían resolver las ecuaciones de segundo grado a pesar de no contar con herramientas algebraicas, no fue hasta el siglo XII cuando el matemático hindú Baskhara expresó la fórmula de resolución tal y como la conocemos actualmente.

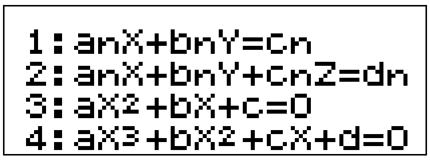
El menú ECUACIÓN (EQN)

La calculadora CASIO 570 resuelve de forma sencilla las ecuaciones de segundo grado. Para resolverlas accederemos al menú MODE.

Dentro de este menú, elegimos la opción 5: EQN (equation), tal y como se indica en la figura.



Esto nos desplegará el siguiente menú:



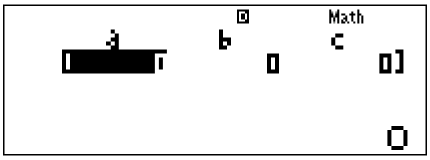
1: anX+bnY=cn nos resuelve sistemas de ecuaciones 2x2.

2: anX+bnY+cnZ=dn resuelve sistemas de ecuaciones 3x3.

3: aX2+bX+c=0 resuelve ecuaciones de segundo grado.

4: aX3+bX2+cX+d=0 resuelve ecuaciones de tercer grado.

En nuestro caso, queremos resolver una ecuación de segundo grado, con lo cual pulsaremos 3 en el menú anterior, y nos aparecerá una ventana en la que la calculadora nos pide que introduzcamos los coeficientes a, b y c de la ecuación estándar $ax^2+bx+c=0$

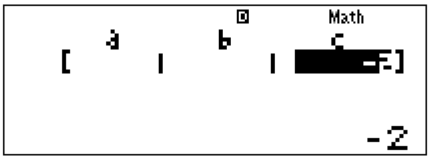


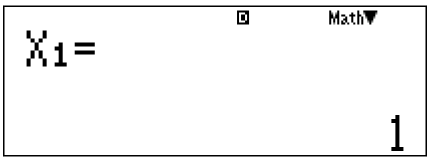
Cada vez que introduzcamos un valor, pulsaremos la tecla del igual para que quede registrado. Una vez terminados de introducir, volvemos a pulsar el igual para obtener la primera solución. Pulsando de nuevo, tendremos la segunda.

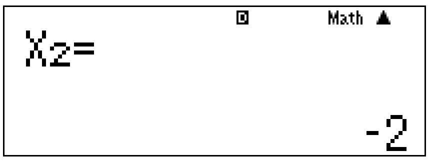
EJEMPLO 1

Resuelve la ecuación $x^2+x-2=0$

Los coeficientes son a=1, b=1 y c=-2.





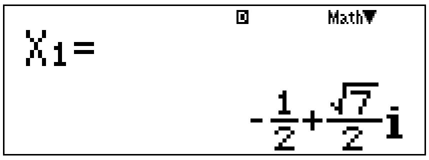


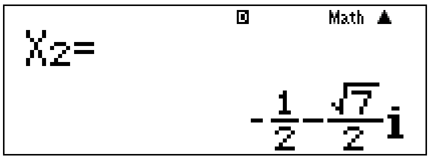
En el caso de que las soluciones no sean enteras, la calculadora ofrecerá soluciones complejas.

EJEMPLO 2

Resuelve la ecuación $x^2+x+2=0$

Introduciendo los valores a=1, b=1 y c=2 tenemos las soluciones:





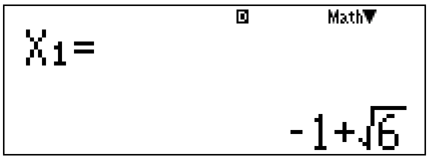
Si la ecuación no estuviera previamente estandarizada, habría que simplificarla para obtener los coeficientes a, b y c.

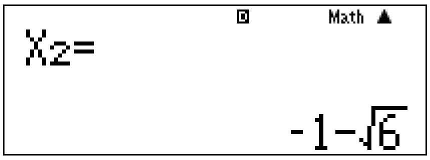
EJEMPLO 3

Resuelve la ecuación $3(x+x^2)-2x=5-x$

Simplificamos paso a paso, eliminando paréntesis y dejándolo todo en un lado de la ecuación: $3x+x^2-2x-5+x=0$

Agrupamos y ordenamos: $x^2+2x-5=0$, y ya estamos en disposición de resolver.





ECUACIONES DE TERCER GRADO

¿Sabías que…

En la Italia renacentista del s. XVI, los matemáticos Del Ferro, Tartaglia y Cardano compitieron por hallar lo que eminentes matemáticos que los habían precedido no pudieron conseguir sino parcialmente: dar una fórmula general para resolver las ecuaciones de tercer grado.

La obtención de esta fórmula supuso una gran disputa entre estos matemáticos, que investigaron e intrigaron a partes iguales con tal de conseguir la gloria.

Finalmente fue Cardano quien publicó primero en su obra Ars Magna, aunque Tartaglia lo denunció en varias ocasiones porque afirmaba que le había confiado su hallazgo tiempo atrás.

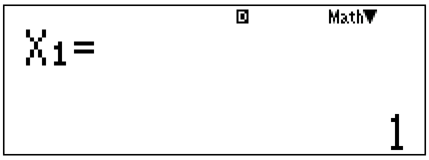
En el mismo menú **EQN**, encontraremos la opción de resolver ecuaciones de grado tres pulsando 4: aX3+bX2+cX+d=0.

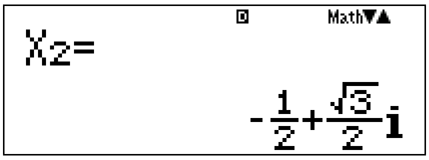
La forma de proceder es similar a la de las ecuaciones de grado 2, y no merece la pena insistir en ello. La única diferencia es que tendremos que introducir cuatro coeficientes: a, b, c y d, así como no olvidar que la calculadora reconoce como forma estándar la ecuación simplificada, ordenada e igualada a cero que se muestra en el mismo menú.

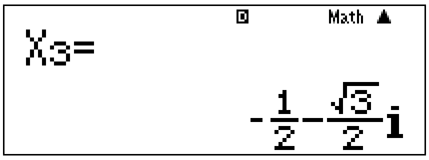
EJEMPLO 4

Resuelve la ecuación $x^3-1=0$

Los coeficientes serán a=12, b=0, c=0 y d=-1, obteniéndose una sola solución real y dos complejas.







Queda ya al criterio del profesor hacer que el alumno interprete dichas soluciones.

SISTEMAS 2X2 (DOS ECUACIONES CON DOS INCÓGNITAS)

¿Sabías que…

En una tablilla babilónica, aparece un problema como este:

¼ de anchura + longitud = 7 manos

Anchura + longitud = 10 manos

Su forma de resolución era muy básica y consistía en pre-asignar un valor concreto a una de las medidas.

De nuevo dentro del menú **EQN**, pulsamos **1: anX+bnY=cn** para entrar en el modo de resolución de sistemas de dos ecuaciones con dos incógnitas.

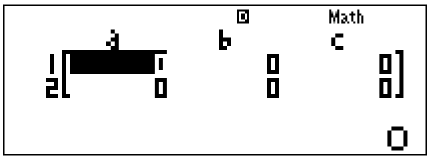
La calculadora nos pedirá que introduzcamos los cuatro coeficientes que multiplican a las variables, y los dos términos independientes.

Debemos emplear la expresión habitual de un sistema, es decir, aquella en que las ecuaciones vienen de la forma ax+by=c.

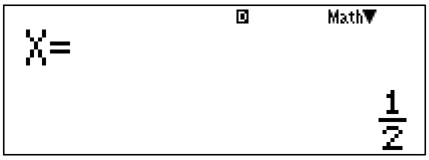
EJEMPLO 5

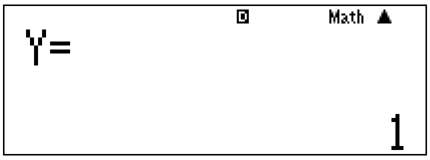
Resuelve el sistema $\begin{aligned} 2x+3y&=4 \\ 4x-5y&=-3 \end{aligned}$

Tras entrar en el modo indicado arriba nos encontraremos con esto:



En los huecos introduciremos los coeficientes a=2, b=3 y c=4, en la primera fila, y a=4, b=-5 y c=-3 en la segunda fila, obteniendo las soluciones:



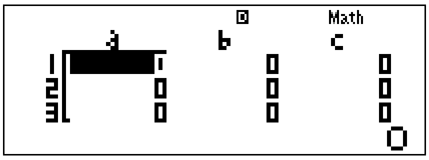


SISTEMAS 3X3 (TRES ECUACIONES CON TRES INCÓGNITAS)

De forma análoga a la aprendida en los sistemas 2x2, resolveremos con la Casio 570 sistemas de tres ecuaciones con tres incógnitas.

Repetimos los pasos ya vistos durante todo este tema. A través de la tecla MODE entramos en el modo ecuación EQN, seleccionando en esta ocasión el número **2: anX+bnY+cnZ=dn** para resolver este tipo de sistemas.

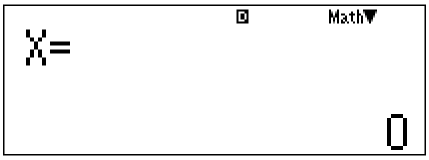
La calculadora nos mostrará una matriz de datos en la que introducir todos los coeficientes y los términos independientes previamente despejados.

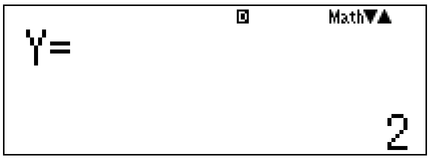


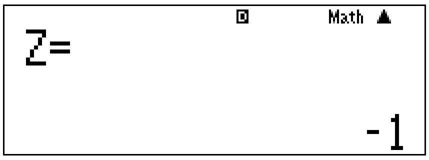
EJEMPLO 6

Resuelve el sistema $\begin{array}{l} 3x+2y-z=5 \\ -2x+y+2z=0 \\ x-5y+z=-11 \end{array}$

Una vez introducidos los coeficientes, la solución del sistema es:







En caso de que el sistema de ecuaciones sea compatible indeterminado (infinitas soluciones) o bien incompatible (sin solución), la calculadora devolverá un mensaje de error que el alumno deberá saber interpretar.

ACTIVIDADES

1. Encuentra las soluciones y factoriza la ecuación $X^2-5x+6=0$

2. Mi edad dentro de 11 años será la mitad del cuadrado de la edad que tenía hace 13 años. ¿Qué edad tengo?

3. Halla un número entero que verifica que éste y su inverso suman 50/7. (Plantea para ello una ecuación y resuélvela).

4. Resuelve la ecuación $x^3 - 5x^2 + 6x = 0$

5. Halla las raíces de la ecuación $x^3 - 4x^2 - 31x - 70 = 0$

6. Tenemos dos tipos de cereales: trigo y cebada. Cada bolsa de trigo cuesta 4 €, y la de cebada 2 €. Si hemos comprado 100 bolsas en total, gastando 230 euros, ¿Cuántas bolsas de cada tipo he comprado?

7. Resuelve $\begin{array}{l} 2x + 3y - z = 8 \\ x - y + 2z = 0 \\ 3x + y - 2z = -3 \end{array}$

8. Encuentra el punto de corte de las siguientes rectas: $y = 2x-1$; $y = -x$

9. Utiliza la calculadora para encontrar el punto de corte de las rectas $y = 3x+2$; $y = 3x - 5$. Interpreta el mensaje dado por la calculadora.

10. Calcula un número sabiendo que la suma de sus dos cifras es 10, y que si invertimos el orden de dichas cifras, el número obtenido es 36 unidades mayor que el inicial.

11. Por un pantalón y unos zapatos he pagado 126 euros. Si el precio del pantalón se incrementara un 14%, entonces sería el 75% del precio de los zapatos. ¿Cuánto pagué por cada uno?

12. Un cliente paga 156 euros por 24 litros de leche, 6 kg de jamón y 12 l de aceite. ¿Cuál es el precio de cada artículo, sabiendo que 1 l de aceite cuesta el triple que 1 l de leche, y que 1 kg de jamón cuesta igual que 4 l de aceite más 4 l de leche?