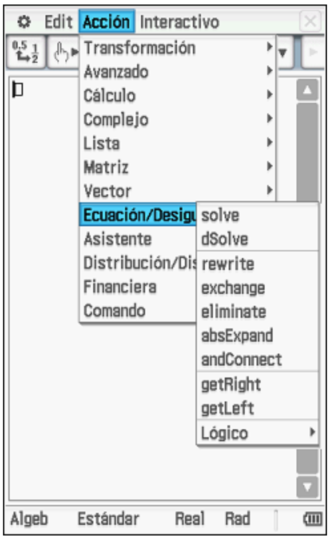
Tema 5.

RESOLUCIÓN DE ECUACIONES E INECUACIONES. RESOLUCIÓN NUMÉRICA DE ECUACIONES.

- Introducción
- Resolución de ecuaciones
- Resolución de sistemas
- Resolución de inecuaciones y de sistema de inecuaciones
- Resolución numérica de ecuaciones
- Actividades

INTRODUCCIÓN

La calculadora posee en el menú **Principal** un submenú de **Acción** y en él, un menú secundario llamado **[Ecuación/Desigualdad]** que contiene comandos relacionados con ecuaciones y desigualdades e inecuaciones, para resolverlas de manera rápida y sencilla.

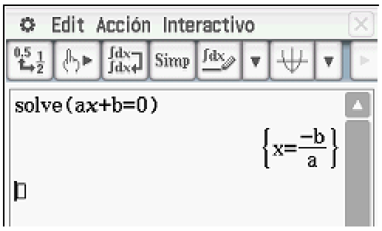


Pasamos a ver el uso de algunos de dichos comandos y ejemplos de uso.

- **Solve** (Devuelve la solución de una ecuación o desigualdad)

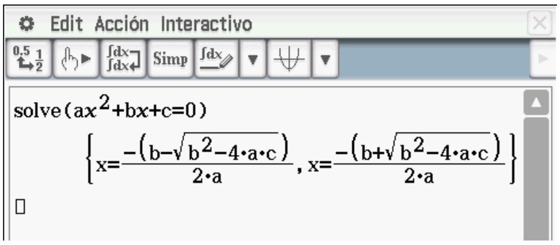
Ejemplo 1

Resolver la ecuación $ax + b = 0$



Ejemplo 2

Resolver la ecuación $ax^2 + bx + c = 0$



Observa que para ver el resultado completo hemos activado Resizable Mode con el botón derecho del ratón

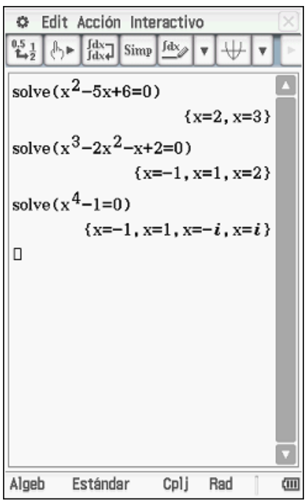
Ejemplo 3

Resolver las ecuaciones:

$x^2 - 5x + 6 = 0$

$x^3 - 2x^2 - x + 2 = 0$

$x^4 - 1 = 0$



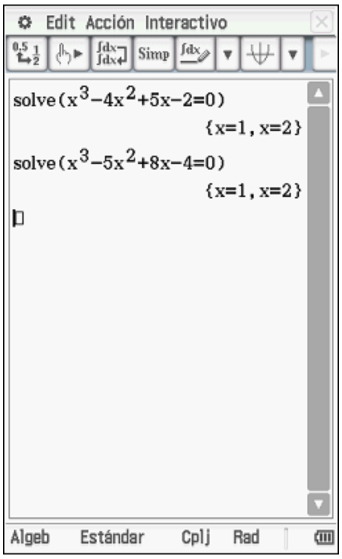
Para la última ecuación hemos de tener activado el Modo Complejo (Cplj)

Ejemplo 4.-

Resolver las ecuaciones:

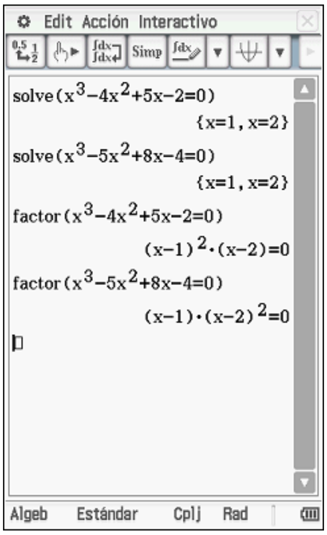
$$x^3 - 4x^2 + 5x - 2 = 0$$

$$x^3 - 5x^2 + 8x - 4 = 0$$



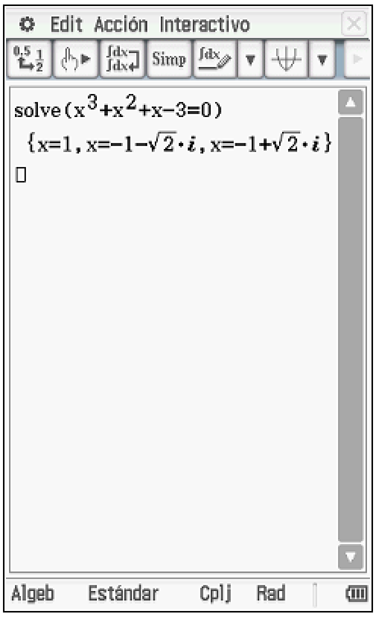
En estas ecuaciones se observa que hay soluciones dobles; sin embargo la calculadora no proporciona información de cuál de ellas es, ya que en la primera ecuación la solución doble es x =1 y en la segunda es x = 2.

Para saberlo se pueden factorizar las ecuaciones como sigue:



Ejemplo 5

Resolver la ecuación $x^3 + x^2 + x - 3 = 0$

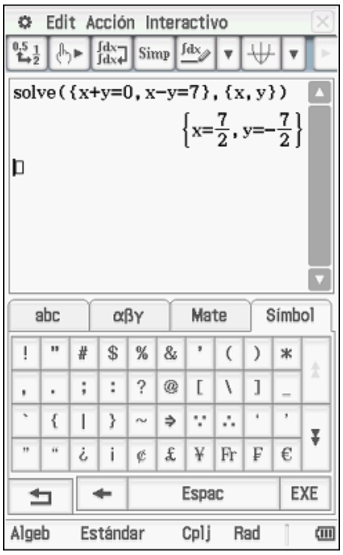


RESOLUCIÓN DE SISTEMAS

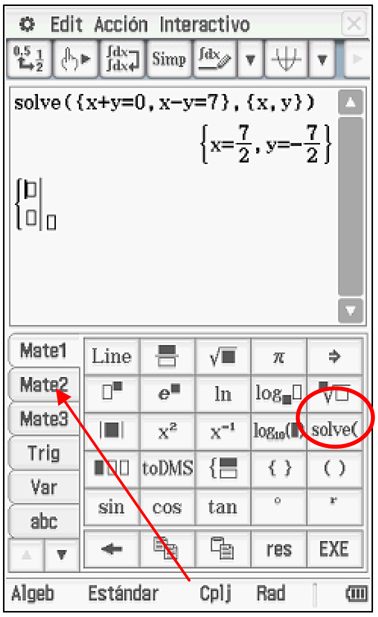
La calculadora ClassPad II también resuelve sistemas; el sistema debe ir entre llaves, separada cada ecuación por comas, y al final hay que indicar respecto de qué variables se está resolviendo.

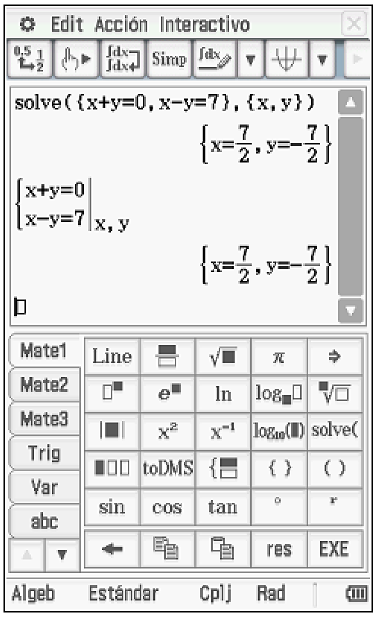
Ejemplo 6

Resolver el sistema: $\begin{cases} x+y=0 \\ x-y=7 \end{cases}$



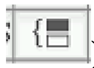
También se puede introducir (y más fácilmente) con el teclado virtual ***2D***

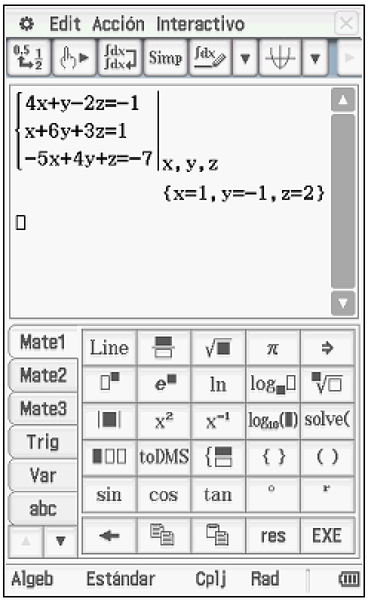




Ejemplo 7

$$\textit{Resolver el sistema:}\begin{cases} 4x+y-2z=-1 \\ x+6y+3z=1 \\ -5x+4y+z=-7 \end{cases}$$

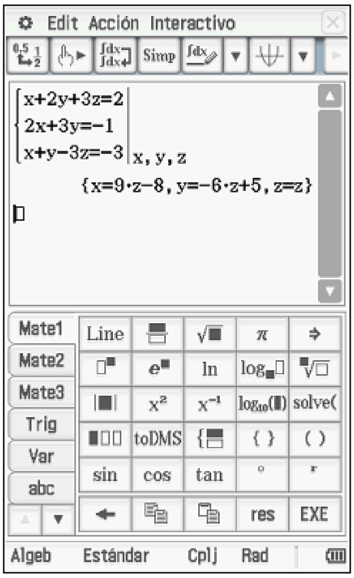
Para introducir más de 2 ecuaciones se pulsa otra vez la tecla ).



Es un sistema compatible determinado.

Ejemplo 8

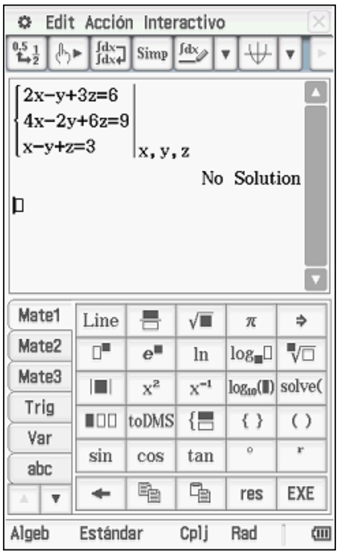
$$\textit{Resolver el sistema:}\begin{cases} x+2y+3z=2 \\ 2x+3y=-1 \\ x+y-3z=-3 \end{cases}$$



Como se puede observar, se trata de un sistema compatible indeterminado.

Ejemplo 9

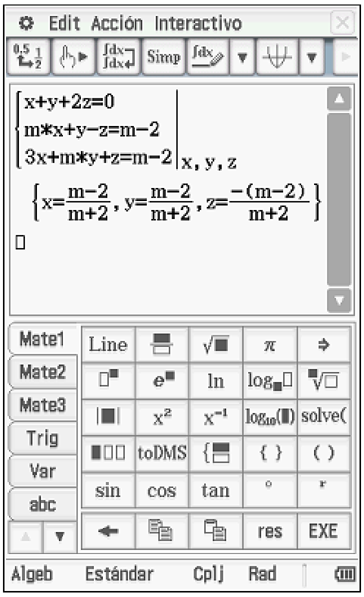
Resuelve el sistema: $\begin{cases} 2x-y+3z=6 \\ 4x-y+6z=9 \\ x-y+z=3 \end{cases}$



Es un sistema incompatible.

Ejemplo 10

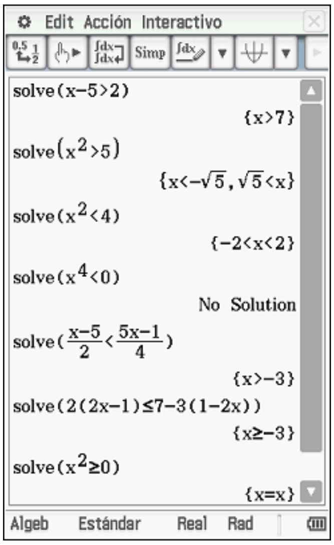
Resolver el sistema dependiente de un parámetro: $\begin{cases} x+y+2z=0 \\ mx+y-z=m-2 \\ 3x+my+z=m-2 \end{cases}$



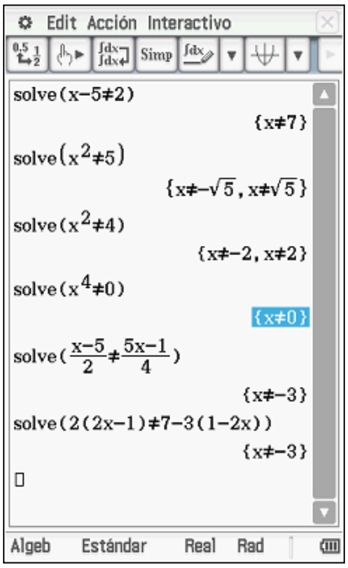
Se observa que si m es distinto de -2 el sistema es compatible.

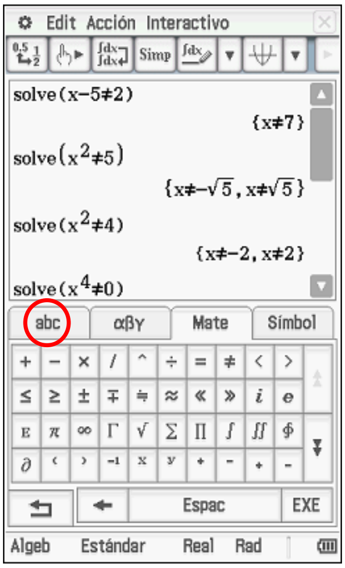
RESOLUCIÓN DE INECUACIONES y SISTEMAS DE INECUACIONES

Para resolver inecuaciones con una incógnita se procede igual; obsérvense estos ejemplos:

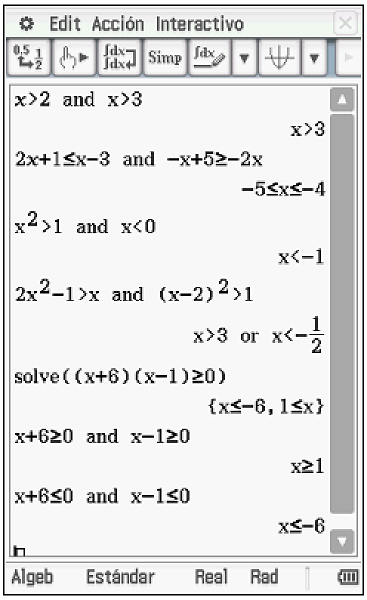


También se puede utilizar el operador $\neq$ que se encuentra en Keyboard, en el apartado abc, en la pestaña Mate



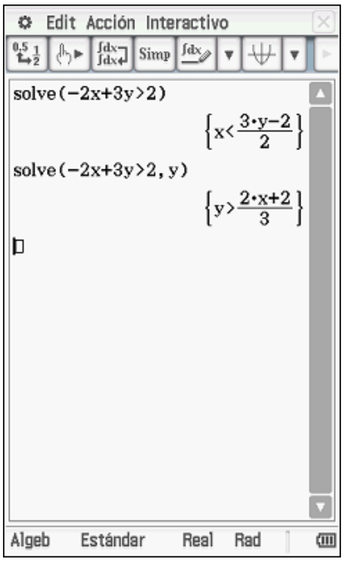


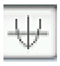
Para resolver sistemas de inecuaciones con una incógnita se utiliza el operador lógico “**and**”, de la siguiente forma:

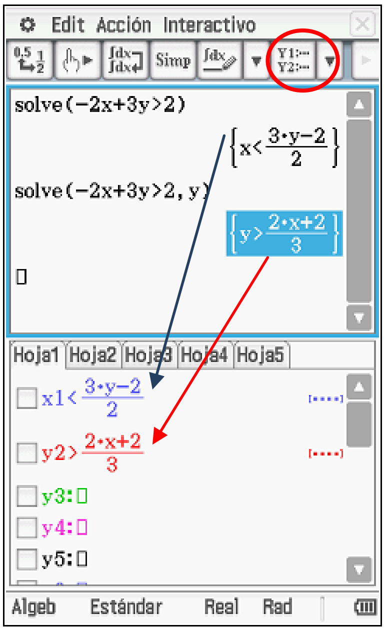


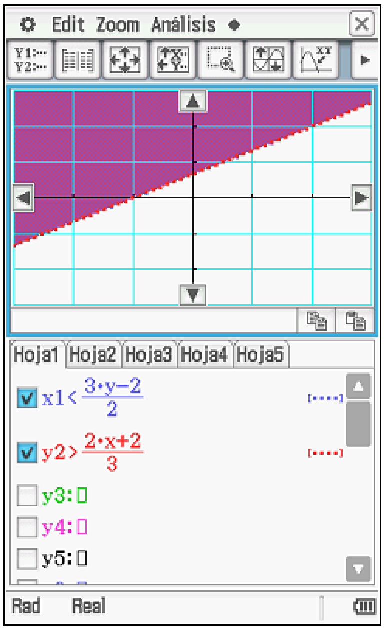
Se observa que resolver los dos últimos sistemas equivale a resolver la ecuación que les precede.

Para inecuaciones con dos incógnitas procedemos de forma similar:



Aunque observamos que el comando Solve no nos resuelve los sistemas de inecuaciones, debemos representar  dichas desigualdades para obtener la solución:



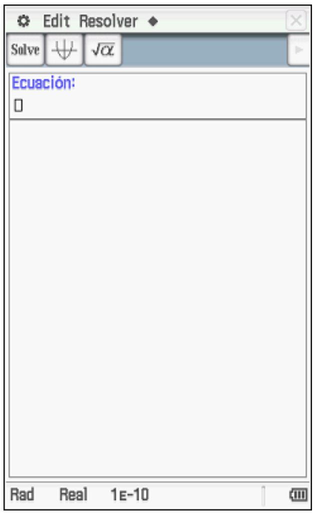


El conjunto solución está formado por los puntos del semiplano superior.

RESOLUCIÓN NUMÉRICA DE ECUACIONES

Con esta aplicación puede determinarse el valor de cualquier variable de una ecuación sin necesidad de transformarla, simplificarla o resolverla.

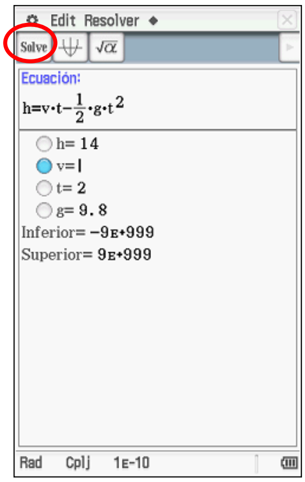
Para arrancar dicha aplicación hay que activar ***Resolución Numérica*** en el menú de aplicaciones. Ésta aplicación calcula aproximaciones basadas en el método de Newton, La precisión depende de lo cerca que esté a cero sea el valor **[Izqu. -Derecho].**

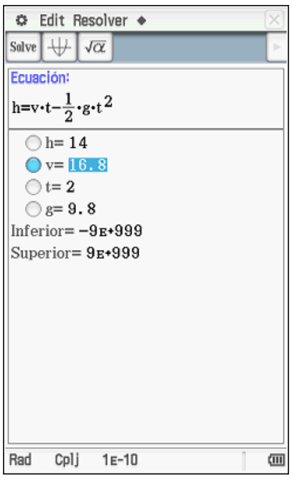


Ejemplo 1

Calcular la velocidad inicial de un objeto arrojado en el aire y que toma un tiempo de 2 segundos para alcanzar una altura de 14 metros, cuando la aceleración de la gravedad es de 9'8 m/s² . *Utilizamos para ello:* $h = v \cdot t - \frac{1}{2} g \cdot t^2$

Para resolver el problema deberíamos despejar v y sustituir los valores de las variables que nos dan. Pero con nuestra aplicación será mucho más fácil pues no hace falta despejar, simplemente escribimos la fórmula y los valores de los datos que tenemos, a continuación pulsamos Solve





ACTIVIDADES PROPUESTAS

1.- Resuelve las siguientes ecuaciones:

$a)\ \dfrac{3(x+1)}{2} - x = \dfrac{x-4}{3}$ $\qquad b)\ \dfrac{x+2}{2} - 3(x+1) = \dfrac{-5x}{2} - 2$

$c)\ x^2 + 3x + 2 = 0$ $\qquad d)\ x^2 - 2x + 1 = 0$

$e)\ 6x^2 - x + 2 = 0$ $\qquad f)\ x^2 - 6\sqrt{2x} + 18 = 0$

$g)\ 1 + (x+2)^2 = 1$ $\qquad h)\ x^4 - 5x^2 + 4 = 0$

$i)\ x^4 + x^2 - 2 = 0$ $\qquad j)\ -x^4 - 4x^2 - 45 = 0$

2.- Resuelve las siguientes ecuaciones:

$a)\ x(x+\pi)(x-0.5) = 0$ $\qquad b)\ x^2 - (2x+1)(x+1) = 0$

$c)\ x^4 - x^3 - 4x^2 + 4x = 0$ $\qquad c)\ x^5 - 3x^4 - 8x^3 + 12x^2 + 16x = 0$

$e)\ x^5 + 3x^4 - 5x^3 - 15x^2 + 4x + 12 = 0$ $\qquad f)\ \sqrt{2x-5} + x = 10$

$f)\ \sqrt{x-3} + \sqrt{3x-5} = 6$ $\qquad g)\ \sqrt{\dfrac{x+4}{x-4} = x-2}$

3.- Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones:

$$a)\begin{cases} 2x + y - z = 5 \\ x - y + 2z = -3 \\ 3x - 2y + z = -2 \end{cases} \qquad b)\begin{cases} x - 2y + 3z = -3 \\ 2x + y = 2 \\ -x - 8y + 9z = 3 \end{cases}$$

$$c)\begin{cases} x - 2y + z = 0 \\ x + y - 2z = -3 \\ -2x + 5y - z = 5 \\ 3x - 2y + z = 2 \end{cases} \qquad d)\begin{cases} 2x - 5y + 12z = 9 \\ 4x - y - 2z = -2 \\ 2x + 4y + 10z = -11 \end{cases}$$

$$e)\begin{cases} 2x - 5y + 3z = 1 \\ x + 3y - z = 0 \\ 3x - 2y + 2z = 1 \end{cases} \qquad f)\begin{cases} 3x + 5y - 8z = 2 \\ 5x + 3y - 8z = 2 \\ -8x + 5y + 3z = 2 \end{cases}$$

4.- Discute y resuelve cuando sea posible:

$$a)\begin{cases} -3x + ky - 5z = -4 \\ 2x + ky - 5z = -4 \\ x + y + z = 2 \end{cases} \qquad b)\begin{cases} kx + y + z = k \\ x + ky + z = k \\ x + y + kz = k \end{cases}$$

5.- Resuelve las siguientes inecuaciones y sistemas de inecuaciones:

$a)\ 3 - 5x \le 8$ $\qquad b)\ 2(x-2) + 3x < 5x + 6$ $\qquad c)\ \dfrac{2x-3}{8} - \dfrac{5x-1}{2} < \dfrac{3x}{4}$

$d)\ x^2 - 6x + 5 > 0$ $\qquad e)\ x^2 - 1 \ge 0$ $\qquad f)\ x^2 + 6x + 9 > 0$

$g) 2x^2 - 3x + 25 < 0$ $h) 3(x^2-1) - 5(x-2) < 0$ $i) \dfrac{2x-1}{5} \le \dfrac{3x^2}{2}$

$j) x^3 - x^2 - 4x + 4 \ge 0$ $k) x^4 + 2x^2 + 1 > 0$ $l) \left(x^2-2\right)\left(x^3-1\right) > 0$

$m) \dfrac{x+1}{x-2} > 0$ $n) \dfrac{2x-1}{x} \le 0$ $o) \dfrac{x^2-3x-4}{x} < 0$

$p) \begin{cases} 5x+2 \ge 2(x+4) \\ 2x-1 < 3x+2 \end{cases}$ $q) \begin{cases} 3-5x < 8 \\ 5x-1 \ge 3x-1 \end{cases}$ $r) \begin{cases} x \le 3 \\ x < 4 \\ 2(x-1) > 5 \end{cases}$

6.- Utilizar una única expresión para calcular el precio final de un artículo (P) conocido el precio inicial (A) y el IVA correspondiente (I).

Aplíquese lo anterior para calcular (mediante ejemplos): el precio inicial, conocido el final; el iva aplicado, conociendo los dos precios; aumentos porcentuales y disminuciones porcentuales.

7.- Aplicación a la Ley de los gases (Leyes de Boyle - Mariotte y Charles y Gay - Lussac).

Cierta cantidad de gas, que ocupa un volumen de 32 litros a – 73 ^{0}C y 102 atm de presión, se comprime ejerciendo sobre él una presión de 204 atm, al tiempo que se calienta hasta alcanzar 127 ^{0}C. ¿Cuál será al volumen?