

Tema 2

Potencias, radicales, logaritmos y notación científica

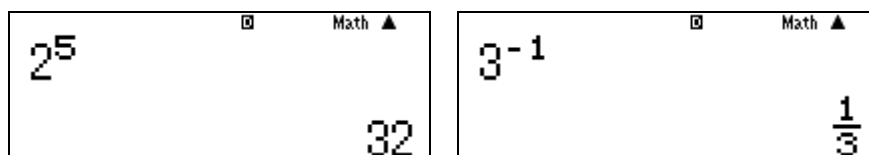
- Potencias
- Cálculos básicos con raíces.
- Operaciones con radicales cuadráticos.
- Suma y resta de radicales.
- Racionalización de radicales cuadráticos.
- Logaritmos.
- Notación científica.
- Actividades.

POTENCIAS

La calculadora CASIO 570 opera con potencias de forma análoga a sus predecesoras.



Primero escribiremos la base y luego la potencia a elevar. Las potencias elevadas a 2, a 3 y a -1 tienen una tecla directa. El resto se realizará con la tecla x^n . Para utilizar el cubo, primero tendremos que pulsar la tecla **SHIFT**, situada arriba a la izquierda.



También existe un botón directo para las potencias de 10, tal y como veremos en este mismo tema en el apartado “notación científica”.

CÁLCULOS BÁSICOS CON RAÍCES

¿Sabías que...

El símbolo de raíz $\sqrt{\quad}$ no es más que una deformación de la letra r (primera letra de la palabra latina *radix*, que significa raíz). Dicho símbolo fue introducido por Christoph Rudolff en 1525.



Empezaremos con unos cálculos de raíces con cualquier índice, así como de potencias de exponente fraccionario. La calculadora Casio 570 permite realizar estas operaciones de manera directa.

Salvo indicación contraria, se elige en el modo matemático

SHIFT **MODE** **1** (MthIO)

Elegiremos el formato de resultado **math0**.

```
Result Format?
1:Math0 2:Line0
```



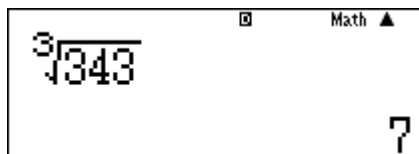
EJEMPLO 1. Raíces exactas e inexactas

Calcula las siguientes raíces:

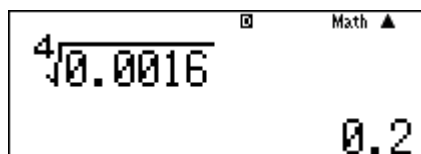
a. $\sqrt[3]{343}$ b. $\sqrt[4]{0,0016}$

Tenemos que pulsar la siguiente secuencia de teclas:

a. SHIFT $\sqrt[3]{\square}$ 3 4 3 $=$



b. SHIFT x^{\square} 4 \rightarrow 0 \cdot 0 0 1 6 $=$



El resultado de la operación puede convertirse en número decimal, sin más que pulsar la tecla $\text{S}\leftrightarrow\text{D}$

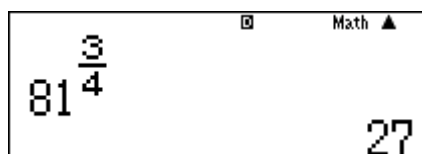
EJEMPLO 2. Potencias de exponente fraccionario

Escribe las siguientes potencias de exponente fraccionario en forma de raíces y calcula su valor

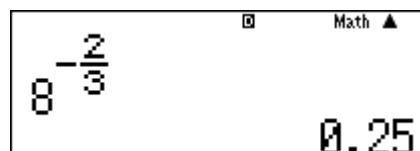
a. $81^{\frac{3}{4}}$ b. $8^{-\frac{2}{3}}$

Tenemos que pulsar la siguiente secuencia de teclas:

a. 8 1 x^{\square} $\frac{\square}{\square}$ 3 \rightarrow 4 $=$



b. 8 x^{\square} $-$ $\frac{\square}{\square}$ 2 \rightarrow 3 $=$



OPERACIONES CON RADICALES CUADRÁTICOS

¿Sabías que...

Las raíces cuadradas surgieron para plantear problemas geométricos tales como la longitud de la diagonal de un cuadrado. Existen pruebas documentales (tales como el Papiro de Ajmeed, 1650 a.C.) que muestran cómo los egipcios ya extraían raíces cuadradas.



La calculadora CASIO fx-570 ESPLUS es capaz de extraer factores de los radicales cuadráticos, simplificando al máximo dicho radical. Esta operación resulta muy práctica y nos evita molestas descomposiciones manuales de los radicandos.

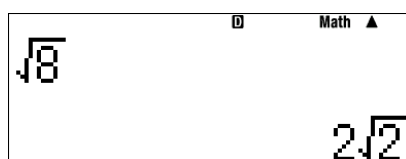
EJEMPLO 3. Extracción de factores de un radical

Extrae factores de los siguientes radicales:

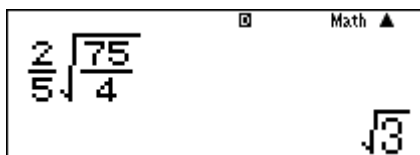
a. $\sqrt{8}$ b. $\frac{2}{5}\sqrt{\frac{75}{4}}$

Observamos como la calculadora nos da el resultado directamente

a. $\sqrt{\square}$ \square \square



b.            



SUMA Y RESTA DE RADICALES


La calculadora CASIO fx-570 ESPLUS puede sumar y restar radicales cuadráticos, simplificando todo lo posible dicho radical.

EJEMPLO 4

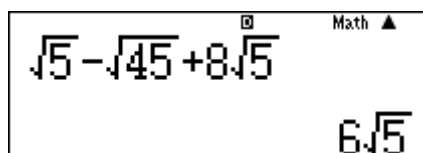
Realiza las siguientes operaciones:

a. $\sqrt{5} - \sqrt{45} + 8\sqrt{5}$

b. $\sqrt{250} + \sqrt{\frac{40}{9}} - 7\sqrt{90}$

Hay que tener en cuenta que para sacar el cursor del radicando de una raíz, hay que utilizar el botón  situado en la tecla circular de editar, pues de lo contrario la calculadora considera que aún está abierta raíz y que todo lo que escribamos seguirá dentro.

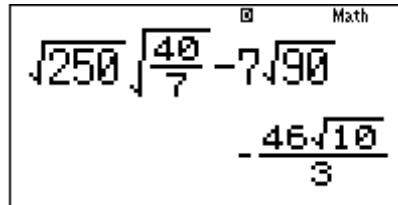
a.             



Se puede observar que no es necesario incluir un signo de multiplicar delante de una raíz, caso de que ésta esté multiplicada por un número. La

calculadora nos facilitará el mismo resultado, tanto si escribimos $8\sqrt{3}$ como si escribimos $8x\sqrt{3}$

b. $\sqrt{\square}$ 2 5 0 \rightarrow + $\sqrt{\square}$ $\frac{\square}{\square}$ 4 0 \rightarrow 9 \rightarrow \rightarrow -
 7 $\sqrt{\square}$ 9 0 =



RACIONALIZACIÓN DE RADICALES CUADRÁTICOS

La calculadora realiza de manera automática cualquier operación en la que haya que racionalizar.

EJEMPLO 5

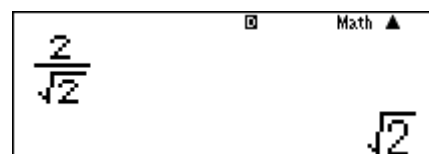
Racionaliza las siguientes expresiones:

a. $\frac{2}{\sqrt{2}}$

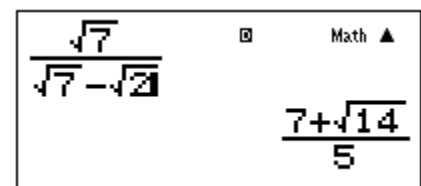
b. $\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{7}-\sqrt{2}}$

Para resolver estos apartados, escribimos las siguientes secuencias en la calculadora:

a. $\frac{\square}{\square}$ 2 \rightarrow $\sqrt{\square}$ 2 =



b. $\frac{\square}{\square}$ $\sqrt{\square}$ 7 \rightarrow \rightarrow $\sqrt{\square}$ 7 \rightarrow - $\sqrt{\square}$ 2 =



LOGARITMOS

¿Sabías que...

Los primeros estudios precursores de logaritmos se remontan a Arquímedes, que vio ciertas relaciones entre progresiones aritméticas y geométricas.

Teniendo en cuenta las progresiones aritmética y geométrica:

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12...

2, 4, 8, 16, 32, 64, 128, 254, 512, 1024, 2048, 4096...

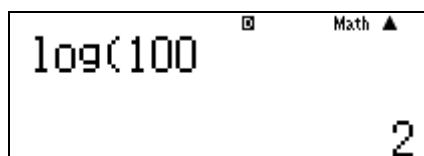
La segunda es resultante de elevar 2 a los números de la primera. Arquímedes descubrió que si quería multiplicar dos números de abajo, bastaba con sumar los correspondientes de la sucesión de arriba, y tomar el número de abajo correspondiente.

Por ejemplo, para hacer 16×64 , bastaba con sumar $4 + 6 = 10$, y quedarse con 1024, que es el número correspondiente a 2 elevado a 10.

Más adelante, a los números de arriba se les llamaría logaritmos, mientras que a los de abajo se les conocería como antilogaritmos.

Con la Casio fx-570 ES PLUS, es posible el cálculo de logaritmos en cualquier base.

Para calcular logaritmos en base 10, utilizaremos la tecla "log":



Ha de notarse que el paréntesis no es necesario cerrarlo, salvo que vayamos a continuar la operación saliéndonos del primer logaritmo.

A calculator display showing the expression $\log(100) + \log(10)$ and the result 3. The display includes a 'Math' menu icon in the top right corner.

Para calcular logaritmos neperianos, usaremos la tecla “ln”:

A calculator display showing the expression $\ln(e)$ and the result 1. The display includes a 'Math' menu icon in the top right corner.

Para el resto de logaritmos en cualquier base, la tecla utilizada será



EJEMPLO 6

Calcula $\log_3 81$.

Teclearemos la secuencia \log_{\square} 3 \rightarrow 8 1 \equiv

A calculator display showing the \log_{\square} button being pressed. The display includes a 'Math' menu icon in the top right corner.

A calculator display showing the expression $\log_3(81)$ and the result 4. The display includes a 'Math' menu icon in the top right corner.

NOTACIÓN CIENTÍFICA

¿Sabías que...

El número 10^{100} se conoce como gúgol (de ahí viene el nombre dado al famoso buscador Google). Este nombre fue acuñado por un niño de 9 años, el sobrino del matemático Edward Kasner.

En los últimos años se han acuñado nombres para números aún más grandes, como el gúgolplex (10 elevado a un gúgol de ceros) o el gúgoldplex (10 elevado a un gúgolplex de ceros).

En realidad, el ser humano no necesita dar un nombre a cifras tan increíblemente grandes, puesto que se estima que el número de átomos de todo el universo es aproximadamente 10^{87} .

Podemos trabajar con notación científica de dos formas diferentes:

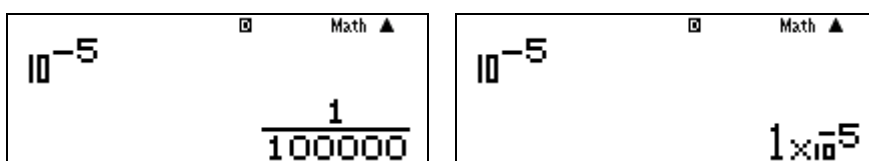
Si sólo queremos escribir una potencia de 10, usaremos la secuencia

SHIFT **log**

EJEMPLO 7

Calcula 10^{-5}

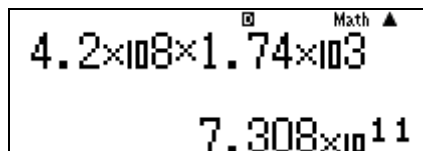
Teclearemos **SHIFT** **log** **=** **5** **=**



Disponemos también, en la parte inferior del teclado, de la tecla directa **x10^x**, siempre y cuando pongamos antes la cifra significativa (no es del todo necesario, pero no ponerla implica que la cifra significativa es 1).

EJEMPLO 8

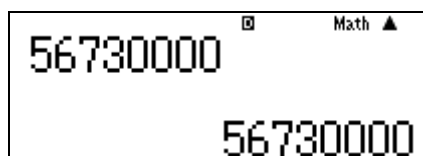
Realiza el producto $(4,2 \times 10^8) \times (1,74 \times 10^3)$



La calculadora expresa por defecto soluciones en notación científica a partir de 10^{10} . Si queremos que un resultado nos aparezca en notación científica, utilizaremos la tecla **ENG**.

Ejemplo: Expresa 56730000 en notación científica.

Primero escribimos el número y pulsamos igual.



Como el resultado no se expresa como deseamos, utilizamos **ENG**:

56730000
56.73 × 10⁶

Esta tecla nos ofrece sólo cambios con potencias múltiplos de 3. Si la pulsamos sucesivamente obtenemos lo siguiente:

56730000
56730 × 10³

56730000
56730000 × 10⁰

También es muy útil la tecla inversa de **[ENG]**, para convertir cifras con potencia de 10 negativas en números decimales. Se utiliza pulsando **[SHIFT]** **[ENG]**

EJEMPLO 9

Efectúa la operación 0.05×0.016 .

0.05 × 0.016
1
1250

Como el resultado no es el deseado, pulsamos la tecla **[S+D]**

0.05 × 0.016
8 × 10⁻⁴

En este punto, si queremos obtener un número decimal, utilizamos la secuencia descrita con anterioridad, **[SHIFT]** **[ENG]**. Tal vez haya que usarla más de una vez, hasta que obtengamos una potencia de 10 elevado a 0.

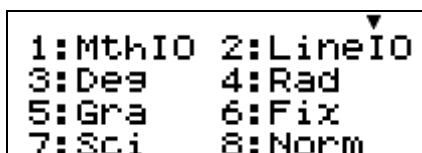
0.05 × 0.016
0.8 × 10⁻³

0.05 × 0.016
0.0008 × 10⁰

MODO CIENTÍFICO

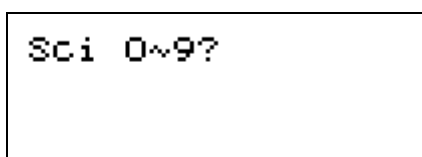
En todo lo contado anteriormente, hemos utilizado las herramientas básicas de la calculadora, pero la CASIO 570 está dotada con un modo científico que permite trabajar de esta forma con mucha más facilidad.

Para activarlo, entramos en el menú **SHIFT-MODE**, en el que nos aparecerá lo siguiente:



```
1:MthIO 2:LineIO
3:Deg   4:Rad
5:Gra   6:Fix
7:Sci   8:Norm
```

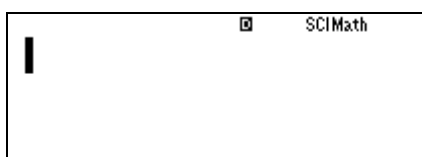
Pulsamos 7 para activar **SCI** (modo científico), y nos aparecerá la siguiente pantalla:



```
Sci 0~9?
```

Aquí tenemos que introducir cuántas cifras significativas queremos que nos proporcione la calculadora, es decir, que si marcamos por ejemplo 3, la calculadora devolverá una cifra entera, dos decimales, y la potencia de 10.

Sabremos que estamos en el modo científico porque en la parte superior de la pantalla aparecerá **SCImath**.

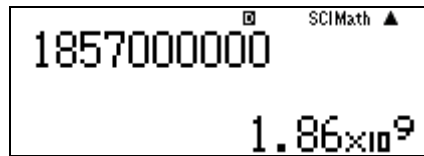


```
SCImath
```

EJEMPLO 10

Expresa 1857000000 en notación científica usando tres cifras significativas.

Bastará con introducir el número y pulsar la tecla igual.



Si no vamos a trabajar con notación científica, es mejor desactivarlo y volver al modo matemático estándar, puesto que cualquier valor o solución aparecerá en notación científica.

ACTIVIDADES

1. Calcula las siguientes raíces:

a. $\sqrt[3]{123}$ b. $\sqrt[3]{27}$

2. Calcula el valor de las siguientes potencias:

a. $64^{\frac{2}{3}}$ b. $100^{-\frac{2}{3}}$

3. Extrae factores de los radicales:

a. $\sqrt{567}$ b. $3\sqrt{600}$

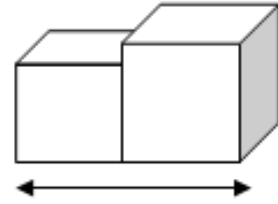
4. Racionaliza:

a. $\sqrt{\frac{52}{16}} + 6\sqrt{\frac{325}{9}}$ b. $\frac{3}{4-\sqrt{5}}$

5. Expresa el siguiente radical en su forma más simple posible $\frac{24}{\sqrt{17}} + \sqrt{\frac{7}{23}}$

6. Calcula la hipotenusa h de un triángulo rectángulo cuyos catetos miden $a=11$ cm, $b=7.5$ cm. Intenta despejar h primero y realizarlo en una sola operación de calculadora.

7. Si el volumen de un cubo es 20 m^3 y el de otro es de 23 m^3 , ¿qué longitud tendrían los cubos en el suelo, si los colocásemos el uno junto al otro?



8. Calcula $\log_3(27 \times 81)$, y comprueba que coincide con $\log_3 27 + \log_3 81$

9. Una molécula de hidrógeno pesa $3,3 \times 10^{-24} \text{ g}$. ¿Cuántas moléculas de hidrógeno habrá en 120 gramos?

10. ¿Cuántos años tendría un mineral que se hubiese formado hace doscientos cuarenta mil millones de segundos?

11. El logaritmo de un número en base 3 es $\frac{1}{2}$, ¿Cuál es ese número?

12. Calcula $\log(4 - \sqrt{6}) + \log(4 + \sqrt{6})$