

# Tema 1

## **Operaciones básicas con la calculadora científica. Números enteros, potencias y fracciones**

- Introducción.
- La calculadora científica.
- Emulador de la calculadora fx-570ES PLUS
- Primeros pasos con la calculadora.
- Primeros cálculos.
- Operaciones con números enteros.
- Operaciones con fracciones.
- Actividades.
- Otras actividades para practicar con la calculadora.

## INTRODUCCIÓN

En los niveles educativos de Secundaria y Bachillerato quizás el debate no está centrado en el uso o no de la calculadoras, más bien estaría en qué tipo de calculadora estamos dispuestos a permitir y cual no, si hablamos de calculadoras gráficas empezaría a no estar de acuerdo sobre su uso en el aula.

Si aún nos planteamos como docentes el uso de las calculadoras científicas en estos niveles educativos tendríamos que preguntarnos alguna de estas cuestiones: ¿Cómo realizamos el cálculo de una razón trigonométrica del seno de  $10^\circ$ ? ¿Cómo calculamos el valor de  $\sqrt{2}$  o  $\sqrt{10}$ ?

En la Educación Secundaria y en Bachillerato aceptamos de manera generalizada el uso de las calculadoras científicas para determinados contenidos como pueden ser la trigonometría o los logaritmos pero cuestionamos su uso para otros, por ejemplo para operar con fracciones.

El Diseño Curricular de la ESO, también del Bachillerato e incluso en Educación Primaria recomienda el uso de las calculadoras y de otros recursos TIC a través de referencias como “Los alumnos y alumnas deben profundizar en el conocimiento, manejo y aprovechamiento didáctico de alguna aplicación básica de geometría dinámica, familiarizarse con el uso racional de la calculadora y utilizar simuladores y recursos interactivos como elementos habituales de sus aprendizajes.” (Orden 10-8-87. Desarrollo del currículum en Educación Primaria) o en las sugerencias acerca de las líneas metodológicas de la Orden de 10-8-08 por el que se desarrolla el currículum de Educación Secundaria aparece “Más concretamente, en la materia de Matemáticas, las calculadoras y las aplicaciones informáticas específicas deben suponer, no solo un apoyo para la realización de cálculos complejos, sino mucho más que eso, deben convertirse en herramientas para la construcción del pensamiento matemático y facilitar la comprensión de conceptos, ya que permiten liberar de una parte considerable de carga algorítmica, es decir las TIC han de contribuir a un cambio sustancial de qué enseñar, poniendo el énfasis en los significados,

en los razonamientos y en la comunicación de los procesos seguidos dando progresivamente menos peso a los algoritmos rutinarios.

Además, indica que este mismo criterio se debe tener en cuenta respecto al uso de las calculadoras convencionales, científicas, gráficas o programables.

Algo similar podemos encontrar también en las órdenes que regulan el Bachillerato, tanto en las publicadas por el MEC como en las publicadas por las distintas comunidades autónomas.

Las calculadoras científicas deben constituir un recurso más en el aula, tienen que estar a disposición del alumnado para que las utilice por decisión propia valorando la ayuda que en cada momento les pueden ofrecer. Su uso no debe limitarse al trabajo diario, también deberán emplearlas en las distintas pruebas de evaluación que realicen.

El alumnado adquiere confianza cuando cuenta con la ayuda de la calculadora, lo que no significa que previamente no haya adquirido las destrezas básicas de cálculo establecidas en el currículum.

Si la calculadora ofrece ventajas al alumnado, está recomendado su uso en los distintos diseños curriculares que día a día tenemos la obligación de desarrollar en el aula, deben existir razones para que su uso no esté generalizado. Es evidente que estas razones debemos buscarlas en nosotros mismos, en el propio profesorado al que el tiempo y esfuerzo que requiere afrontar cualquier cambio hace que estos sean siempre demasiado lentos.

Bastante más esfuerzo requiere el uso de la calculadora gráfica, sobre todo para el profesorado ya que el alumnado se adapta mejor a cualquier cambio relacionado con los medios tecnológicos.

Otra razón que en ocasiones aparece como excusa para no utilizar la calculadora es la falta de formación del profesorado y sobre todo, la necesidad que tenemos de dominar un recurso antes de su uso en el aula. No es necesario conocer todo sobre la calculadora, basta saber cómo resolver determinadas cuestiones, al menos para comenzar a emplearla y valorar las posibilidades que puede ofrecer.

Este curso intenta ofrecer la formación necesaria para conocer y dominar la calculadora científica de manera que facilite su incorporación al aula como un recurso más.

## LA CALCULADORA CIENTÍFICA

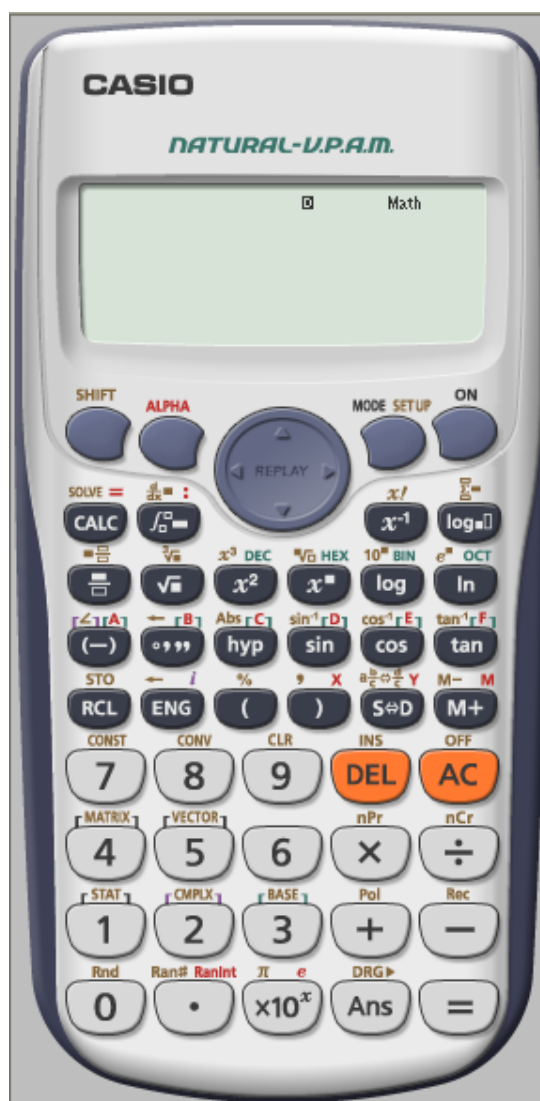
Aunque todo lo que se exponga en los distintos temas que componen el curso servirá para cualquier modelo de calculadora científica, utilizaremos el modelo fx-570ES PLUS de CASIO que ofrece la posibilidad de trabajar en dos líneas, se aproxima a la escritura natural, similar a la que estamos habituados a utilizar en el aula cuando escribimos en la pizarra.

Además, contamos con la posibilidad de un emulador de la calculadora que podemos utilizar para proyectar resultados y que hemos empleado para capturar las distintas pantallas que componen el material del curso.

Antes de comenzar con las primeras operaciones que realizaremos en la calculadora, comentaremos de manera breve, sus características.

Entre otras, la calculadora CASIO fx-570ES PLUS ofrece:

- SCI/FIX.
- Pantalla de 2 líneas, así se puede ver la operación y el resultado a la vez.
- Escritura natural de libro de texto.

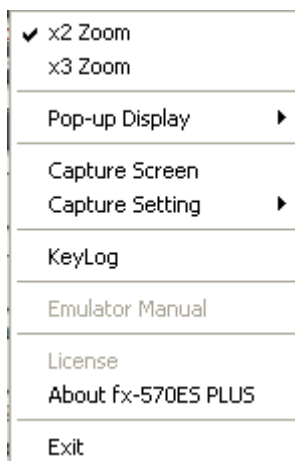


- Tecla de cursor para editar.
- Sistema automático de cálculo de fracciones.
- Cálculo de porcentajes.
- Simplificación de radicales cuadráticos.
- Cálculos con números complejos.
- Cálculo de logaritmos en cualquier base.
- Transformación de sexagesimal a decimal y viceversa.
- Funciones de trigonometría.
- Generador de números aleatorios.
- Tabla de funciones.
- Resolución numérica de ecuaciones y sistemas de ecuaciones lineales.
- Cálculo numérico de integrales y derivadas.
- Estadística unidimensional y bidimensional.
- Combinatoria.
- Operaciones con vectores y matrices.

## **EMULADOR DE LA CALCULADORA fx-570ES PLUS**

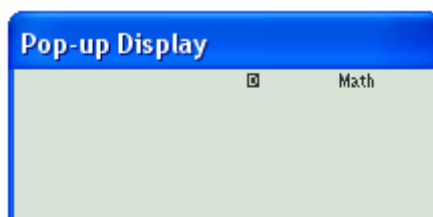
Para el desarrollo del curso utilizaremos el emulador de la calculadora fx-570ES PLUS que nos permitirá realizar todas las operaciones como en una calculadora real, con la ventaja de poder capturar las imágenes que produce para pegarlas posteriormente en un procesador.

Al pulsar el botón derecho del ratón sobre cualquier parte del emulador, se abrirá el menú que aparece en la imagen siguiente:

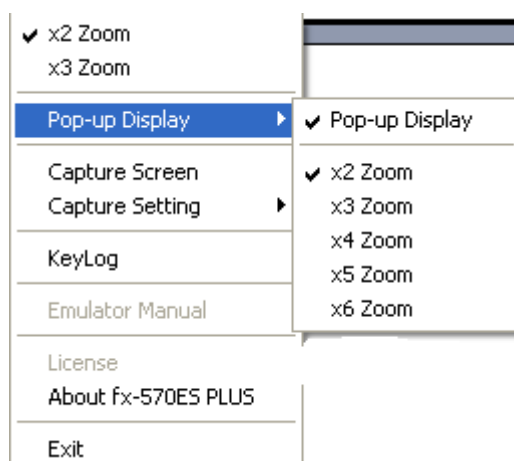


Las dos primeras opciones permitirán aumentar el tamaño de la calculadora. Por defecto, la opción seleccionada será **x2 Zoom**.

Al pulsar sobre **Pop-up Display** conseguiremos un duplicado de la pantalla de la calculadora.



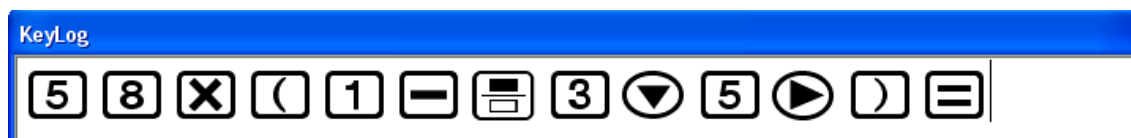
Esta pantalla se podrá ampliar a través de las posibilidades que ofrece esta opción.



La siguiente opción, **Capture screen** nos facilita el copiado de la pantalla al portapapeles, para posteriormente pegar la imagen en un procesador o en otro programa.

Esta opción será la que hay que utilizar para capturar los resultados de las actividades realizadas para su envío al equipo de tutores para su evaluación.

Otra opción que puede resultar de utilidad es **KeyLog** que también abrirá una nueva ventana en la que aparecerá la secuencia de teclas pulsadas en la calculadora.



Que corresponde a la secuencia de teclas pulsadas para obtener el resultado de la expresión que aparece en la imagen siguiente:

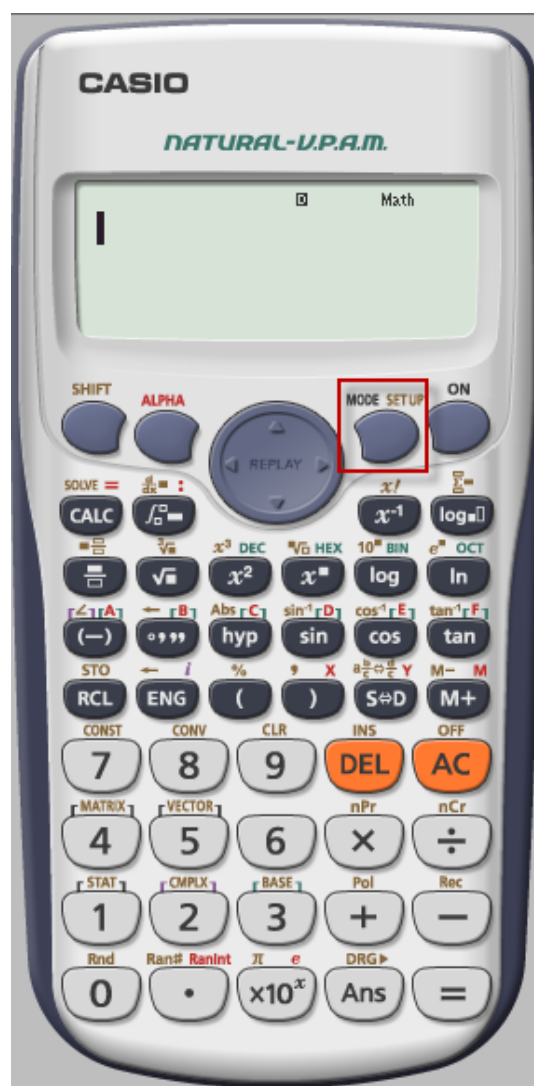
$$58 \times \left(1 - \frac{3}{5}\right) = \frac{116}{5}$$

Con estas opciones ya podemos comenzar a exponer algunas funciones y tareas que realiza la calculadora.

## PRIMEROS PASOS CON LA CALCULADORA

Comenzaremos comentando algunas de las teclas que debemos ajustar para configurar la calculadora al modo de trabajo en el deseemos realizar los cálculos.

Así, la tecla **MODE**, nos servirá para entrar en los distintos modos de cálculo que la calculadora ofrece.



1:COMP	2:CMPLX
3:STAT	4:BASE-N
5:EQN	6:MATRIX
7:TABLE	8:VECTOR

Las opciones son:

- **1:COMP.** Modo normal para realizar cualquier operación.
- **2:CMPLX.** Modo complejo para realizar operaciones con números complejos.
- **3:STAT.** Modo estadístico.
- **4:BASE-N.** Cálculos en un sistema de numeración distinto de base 10.
- **5:EQN.** Resolución de ecuaciones.
- **6:MATRIX.** Cálculos con matrices.
- **7:TABLE:** Para generar una tabla de valores de una función.
- **8:VECTOR.** Cálculos con vectores.

Otras opciones aparecerán al pulsar la combinación de teclas **SHIFT** **MODE**. Estas teclas que no se pulsan de manera simultánea nos facilita el acceso a las opciones de configuración de la calculadora.

1:MthIO	2:LineIO
3:Deg	4:Rad
5:Gra	6:Fix
7:Sci	8:Norm

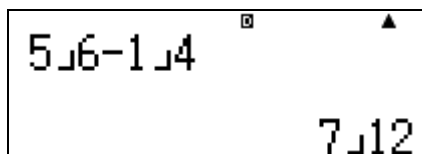
Las opciones que ofrece son:

- **1:MthIO.** Facilita la elección entre escritura natural (dos líneas) **MathO** o escritura en una línea **LineO**.

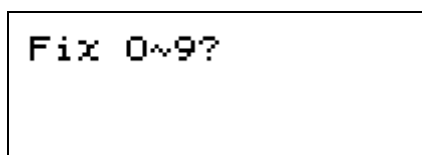
Result Format?	
1:MathO	2:LineO



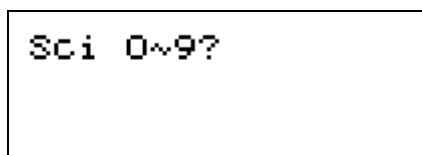
- **2:LineIO.** Similar a la última elección anterior, la fracciones aparecerán en una línea.



- **3:Deg:** Cálculos en grados sexagesimales.
- **4:Rad.** Establece radianes como medida para los ángulos.
- **5:Gra.** Determina que la medida de ángulos sea en grados centesimales.
- **6:Fix.** Establece el número de cifras decimales.

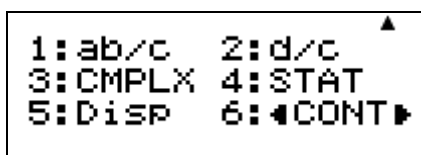


- **7:Sci.** Fija el número de decimales para las expresiones en notación científica.



- **8:Norm.** Modo normal.

Si pulsamos el cursor que marca la dirección hacia abajo (▼) aparecerán más opciones:



- **1 y 2** Establece la forma de representar la salida de las operaciones con fracciones. La primera opción establece el formato de número mixto.
- **3** Establece la forma de representación de los números complejos en forma cartesiana o polar.

- **4** Determina si aparecerá o no la columna correspondiente a las frecuencias en las tablas estadísticas.
- **5** Cambia la forma en la representación de los números decimales, utilizando una coma (6,4) para separar la parte entera de la parte decimal o un punto (6.4).
- **6** Aumenta o disminuye el contraste de la pantalla.

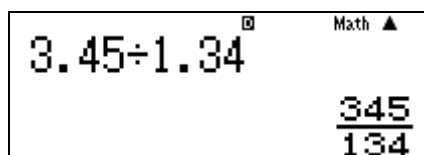
A continuación mostramos algunos ejemplos de configuración de la calculadora.

## PRIMEROS CÁLCULOS

### 1. Utilización de la tecla $\boxed{S\leftrightarrow D}$

Facilita la conversión entre números decimales y fracciones.

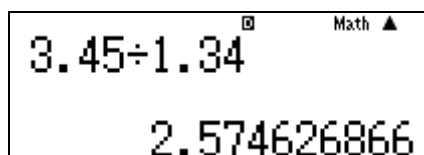
Realizamos la siguiente operación con la calculadora:  $3,45:1,34$



The image shows a calculator screen with the expression  $3.45 \div 1.34$  at the top. Below it, the fraction  $\frac{345}{134}$  is displayed. The screen also shows a small 'Math' icon with an upward arrow in the top right corner.

La calculadora nos devuelve la fracción  $\frac{345}{134}$  si pulsamos la tecla  $\boxed{S\leftrightarrow D}$

nos devolverá el número decimal con 9 decimales 2.574626866, al pulsar otra vez la tecla  $\boxed{S\leftrightarrow D}$  volvemos a obtener la fracción.



The image shows the same calculator screen as before, but now the decimal result 2.574626866 is displayed below the expression  $3.45 \div 1.34$ . The 'Math' icon is still visible in the top right corner.

### 2. Establecer el número de decimales

Como hemos indicado anteriormente, una de las opciones de configuración permite establecer el número de decimales para la representación de los resultados obtenidos.

Por ejemplo, para representar la fracción del apartado anterior con cuatro decimales, pulsaremos las teclas siguientes:

**SHIFT** **MODE** **6** **Fix**

Aparecerá:

A rectangular box representing a calculator display. The text inside reads "Fix 0~9?".

Pulsamos **4** y realizamos otra vez la operación, obteniendo en este caso el resultado que aparece en la imagen siguiente:

A rectangular box representing a calculator display. The top line shows "3.45 ÷ 1.34" and the bottom line shows "2.5746". Above the top line, the text "FIX Math ▲" is visible.

Observemos que en la línea superior de la calculadora siempre aparecerá información de las opciones previamente seleccionadas.

No olvidemos que la calculadora redondea, por lo que al realizar expresiones como  $\frac{2}{3}$  aparecerá 0.6667, lo cual puede llevar a confusión al alumnado al considerar que no se trata de un número periódico.

Para introducir una fracción utilizaremos la tecla . Podemos escribir el numerador, pulsar la tecla anterior y posteriormente, el denominador.

**2** **3**

A rectangular box representing a calculator display. The top line shows the fraction  $\frac{2}{3}$  and the bottom line shows "0.6667". Above the top line, the text "FIX Math ▲" is visible.

Para volver al modo normal será necesario pulsar la combinación de teclas siguiente:

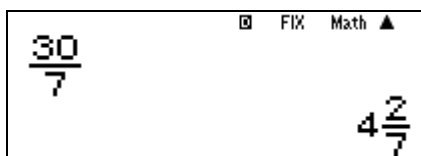
**SHIFT** **MODE** **8** **Norm** **1**

### 3. Números mixtos

La calculadora ofrece la posibilidad de trabajar con notación de números mixtos.

Aunque esta notación cada vez se utiliza menos, ofrece algunas posibilidades para trabajar en el aula ya que la representación da el valor del cociente y del resto de una división.

Para fijar la notación de números mixtos pulsaremos la combinación de teclas **SHIFT** **MODE**  $\blacktriangledown$  **1** y para volver al modo normal habrá que volver a pulsar las teclas siguientes: **SHIFT** **MODE**  $\blacktriangledown$  **2**



A partir de una fracción se podrá obtener el número mixto o la fracción a partir del número mixto, pulsando las teclas **SHIFT** **S $\leftrightarrow$ D**.

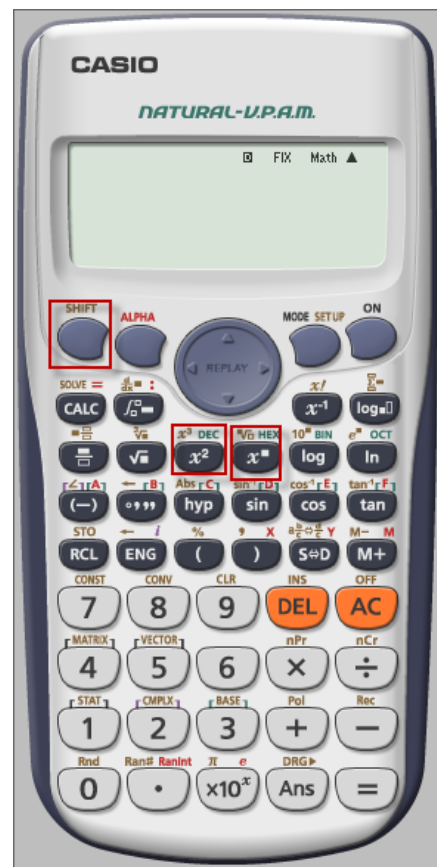
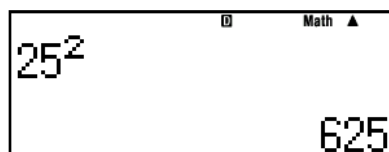
### OPERACIONES CON NÚMEROS ENTEROS

Además de las teclas para realizar las operaciones suma, resta, multiplicación y división, disponemos de otras teclas para realizar operaciones usuales como son algunas potencias.

Estas teclas son:

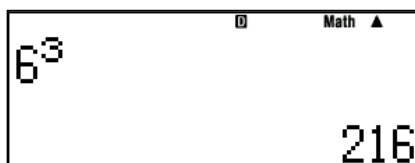
- Cuadrado de un número **x<sup>2</sup>**

**2** **5** **x<sup>2</sup>** **=**



- Cubo de un número  $\text{SHIFT}$   $x^2$

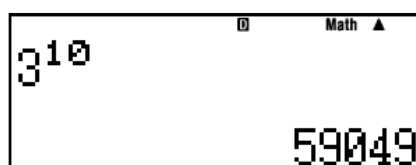
$6$   $\text{SHIFT}$   $x^2$   $=$



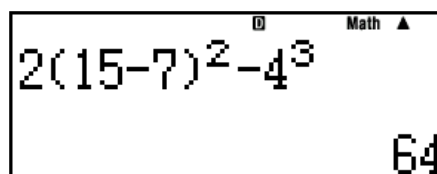
- Potencia de un número  $x^{\square}$

Por ejemplo para obtener el valor de  $3^{10}$  escribiremos:

$3$   $x^{\square}$   $1$   $0$   $=$



Cuando sea necesario utilizar paréntesis debemos tener en cuenta que la calculadora tiene 24 niveles de paréntesis y que aunque no es necesario, es conveniente que cerrar todos los paréntesis que se abran.



Además, cuando no exista confusión no será necesario escribir el signo de multiplicar, como ocurre al calcular el valor de la expresión  $2(15-7)^2 - 4^3$ .

## OPERACIONES CON FRACCIONES

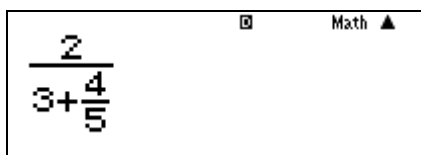
Una vez conocido el proceso para introducir una fracción, solo nos queda utilizar los distintos operadores matemáticos disponibles en la calculadora para realizar las operaciones como suma, resta, producto, cociente, potencia, no olvidando el uso de los paréntesis para obtener los resultados correctos.

Al escribir varias fracciones hay que observar la posición del cursor para evitar errores.

Por ejemplo, si deseamos realizar la operación  $\frac{2}{3} + \frac{4}{5}$ , podemos pulsar la secuencia de teclas siguientes:

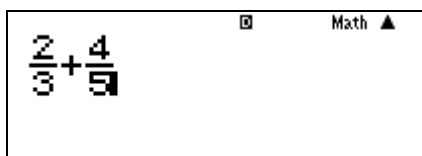


Aparentemente, parece correcto, pero si observamos la pantalla veremos que no corresponde a la operación que deseamos realizar,

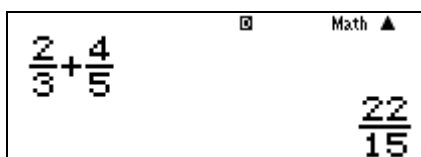


Al introducir los valores de las fracciones hay que tener la precaución de pulsar las teclas  $\blacktriangle$   $\blacktriangledown$   $\blacktriangleleft$   $\blacktriangleright$  para que el siguiente valor aparezca en el lugar deseado.

La secuencia de teclas correcta para la expresión anterior sería:



El resultado sería:



## ACTIVIDADES

1. Calcula:

a)  $[2^3(5 - 3^2)] : 32$                       b)  $2^4 - 2^3 + 2(3 - 5^2)$

2. Simplifica las siguientes fracciones:

a)  $\frac{200}{75}$                       b)  $\frac{24}{20}$                       c)  $\frac{102}{208}$

3. Opera y simplifica:

$$\text{a) } \frac{-1 + \frac{3}{2} \cdot \left(-\frac{10}{3}\right)}{\frac{5}{3} - \frac{2}{3} : 7} \qquad \text{b) } \frac{3}{5} : \left[ \left( \frac{5}{4} - \frac{1}{3} \right) \cdot 12 \right]$$

4. ¿A qué número decimal equivalen las siguientes fracciones?

a)  $\frac{4}{3}$     b)  $\frac{20}{25}$     c)  $\frac{4}{21}$

5. Expresa en forma de fracción, los siguientes números decimales:

a) 3,29    b)  $2,\widehat{2}$     c)  $64,34\widehat{5}$     d) 0,0050505....

6. Señala cuál de las siguientes divisiones es exacta. En caso de que no lo sea, calcula su cociente y su resto.

a) 46:5    b) 28:3    c) 73:45    d) 148:37

7. Halla el valor de las expresiones siguientes:

a)  $3,7 + 2,\widehat{5}$     b)  $0,3\widehat{2} - 0,4$     c)  $1,8,1,0\widehat{5}$     d)  $23,1 : 2,\widehat{4}$

8. Comprueba, pasando a fracción, que el resultado de estas operaciones es un número entero:

a)  $4,\widehat{3} + 8,\widehat{6}$     b)  $5,1\widehat{7} + 4,8\widehat{2}$

## OTRAS ACTIVIDADES PARA PRACTICAR CON LA CALCULADORA

### Actividad 1

Aunque suponemos que en más de una ocasión, los números te habrán creado quebraderos de cabeza, te proponemos la realización de algunas operaciones matemáticas, con ayuda de una calculadora, para determinar ciertas curiosidades y propiedades de algo tan necesario y sobre todo, tan presente en nuestra sociedad, como son los números.

- Comenzamos realizando operaciones con el número 37, multiplicándolo por los múltiplos de 3:

$$3 \times 37 = 111$$

$$6 \times 37 = 222$$

$$9 \times 37 = 333$$

Es fácil deducir qué ocurre al multiplicarlo por 12, 15, 18, 21, 24 y 27.

Si seguimos multiplicando, obtendremos:

$$30 \times 37 = 1110$$

$$33 \times 37 = 1221$$

$$36 \times 37 = 1332$$

¿Sabrías cuales serían los siguientes resultados?

¿Eres capaz de encontrar la razón por la que se obtienen las secuencias anteriores?

- Algo similar ocurre con otro número como es el número 3367 cuando se multiplica por los múltiplos de 33.
- Continuamos realizando nuevas operaciones, en este caso serán simples restas.

Efectúa:

$$9 - 1$$

$$98 - 21$$

$$987 - 321$$

$$9876 - 4321$$

- Conociendo los resultados anteriores, deduce los resultados que obtendrás al continuar la secuencia:



$$98765 - 54321$$

$$987654 - 654321$$

$$9876543 - 7654321$$

$$98765432 - 87654321$$

$$987654321 - 987654321$$

Al menos el último resultado es fácil de obtener.

### Actividad 2

- Necesitarás una buena calculadora con muchos dígitos si no eres capaz de deducir los resultados de las siguientes operaciones:

$$1^2$$

$$11^2$$

$$111^2$$

$$1111^2$$

$$11111^2$$

- Repite las operaciones anteriores cambiando el 1 por un 9, e intenta adivinar el resultado.

### Actividad 3

- Resta a tu año de nacimiento la suma de las cuatro cifras que lo componen. Obtendrás un número divisible por 9. ¿Por qué?
- Escribe un número de dos cifras que sean diferentes; cambia el orden de las cifras. Con los dos números anteriores, resta al mayor el menor. ¿Qué observas en el resultado obtenido?
- Escribe un número de tres cifras, de modo que no sean las tres iguales. Con las tres cifras anteriores formamos un nuevo número ordenándolas de mayor a menor y un nuevo número ordenándolas de menor a mayor. Restamos los dos números anteriores.

Al resultado obtenido le damos la vuelta a las cifras y lo sumamos con el número anterior.

¿Cuál es el resultado?

¿Siempre ocurre lo mismo? Podrías averiguar por qué.

**Actividad 4**

- **El uno.** Al calcular  $(1 + 2) : 3$  se obtiene como resultado 1.

Coloca entre cada dos cifras las operaciones que necesites y los paréntesis para obtener siempre 1 como resultado

$$\begin{aligned}
 1 \quad 2 \quad 3 \quad 4 &= 1 \\
 1 \quad 2 \quad 3 \quad 4 \quad 5 &= 1 \\
 1 \quad 2 \quad 3 \quad 4 \quad 5 \quad 6 &= 1 \\
 1 \quad 2 \quad 3 \quad 4 \quad 5 \quad 6 \quad 7 &= 1 \\
 1 \quad 2 \quad 3 \quad 4 \quad 5 \quad 6 \quad 7 \quad 8 &= 1 \\
 1 \quad 2 \quad 3 \quad 4 \quad 5 \quad 6 \quad 7 \quad 8 \quad 9 &= 1
 \end{aligned}$$

- Intenta buscar una solución que pueda servir para cualquier número de sumandos.
- **Un número especial.** Multiplica el número 12345679 por cualquier cifra y el resultado lo multiplicas por 9. ¿Qué ocurre?
- **Productos con las nueve cifras.** En los productos siguientes aparecen una sola vez cada una de las cifras 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 y 9.

$$138 \times 42 = 5796$$

$$483 \times 12 = 5796$$

$$198 \times 27 = 5346$$

$$297 \times 18 = 5346$$

¿Podrías encontrar otros productos en los que ocurra lo mismo?

**Actividad 5**

Encuentra multiplicaciones que cumplan estas condiciones:

- Las tres cifras del multiplicando son diferentes y distintas de cero
- De la cifra del multiplicador se sabe que es distinta de cero.
- Las tres cifras del resultado del producto son iguales.

			x	

**Actividad 6**

Un número natural se dice que es un cuadrado perfecto si es el resultado de elevar al cuadrado otro número natural, por ejemplo 4 por ser el cuadrado de 2, 9 por ser el cuadrado de 3.

- ¿El número  $14^{15}$  es un cuadrado perfecto?, ¿por qué?
- Escribe todos los cuadrados perfectos entre 1 y 100
- Calcula a continuación cuántos números entre 1 y 100 son múltiplos de algún cuadrado perfecto.