

NOMBRE Y APELLIDOS _____

FECHA _____ CURSO _____ EXAMEN TEMA 8: T. PITÁGORAS Y SEMEJANZA

1. (0,75 PUNTOS) Resuelve escribiendo el proceso paso a paso:

a) $2 \cdot 3 + (-8) \cdot [(+6) + (-4) - (3 + 7 - 1)]$

b)

c) 15% de 460

Solución:

a) $2 \cdot 3 + (-8) \cdot [(+6) + (-4) - (3 + 7 - 1)] = 6 - 8 \cdot (2 - 9) = 6 - 8 \cdot (-7) = 6 + 56 = 62$

b) $\frac{3}{4} - \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{12} + \frac{5}{6} = \frac{3}{4} - \frac{2}{36} + \frac{5}{6} = \frac{27 - 2 + 25}{36} = \frac{55}{36}$

c) 15% de 460 = $(15 \cdot 460) : 100 = 69$

2. (0,75 PUNTOS) Diez obreros descargan un camión en cinco horas. ¿Cuántos obreros serán necesarios para descargar el camión en dos horas?

Solución:

<i>IP</i>	
Horas	Obreros
-----	-----
5	10
2	x

$$\frac{5}{2} = \frac{x}{10}$$

$$5 \cdot 10 = 2 \cdot x$$

$$x = \frac{5 \cdot 10}{2} = \frac{50}{2} = 25$$

S: Se necesitarán 25 obreros para descargar el camión en dos horas

3. (1,5 PUNTOS) Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $13-2(x+8) = 3$

b) $\frac{x}{4} + 3 = 2x - \frac{3x}{2}$

c) $8x^2 - 6x + 1 = 0$

Solució:

a) $13-2(x+8) = 3$

$$\begin{aligned}
 13-2x-16 &= 3 \\
 -2x &= 3-13+16 \\
 -2x &= 6 \\
 x &= 6 / -2 \\
 x &= -3
 \end{aligned}$$

b)

$$\begin{aligned}
 \frac{x}{4} + \frac{3}{1} &= \frac{2x}{1} - \frac{3x}{2} \\
 \frac{x}{4} + \frac{12}{4} &= \frac{8x}{4} - \frac{6x}{4} \\
 x+12 &= 8x - 6x \\
 x-8x+6x &= -12 \\
 -x &= -12 \\
 x &= 12
 \end{aligned}$$

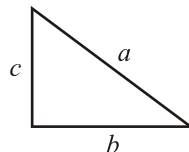
c)

$$8x^2 - 6x + 1 = 0 \begin{cases} a = 8 \\ b = -6 \\ c = 1 \end{cases}$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-(-6) \pm \sqrt{(-6)^2 - 4 \cdot 8 \cdot 1}}{2 \cdot 8} = \frac{6 \pm \sqrt{36 - 32}}{16} = \frac{6 \pm \sqrt{4}}{16} = \frac{6 \pm 2}{16} \begin{cases} \frac{6+2}{16} = \frac{8}{16} = \frac{1}{2} \\ \frac{6-2}{16} = \frac{4}{16} = \frac{1}{4} \end{cases}$$

4. (1 PUNTO) Los dos lados menores de un triángulo rectángulo miden 6 cm y 8 cm. ¿Cuánto mide el tercer lado?

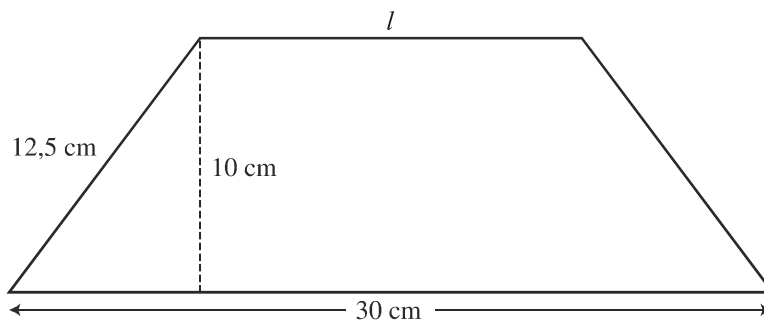
Solución:



Por Pitágoras,

$$a^2 = b^2 + c^2 \rightarrow a^2 = 6^2 + 8^2 \rightarrow a^2 = 36 + 64 \rightarrow a = \sqrt{100} = 10 \text{ cm}$$

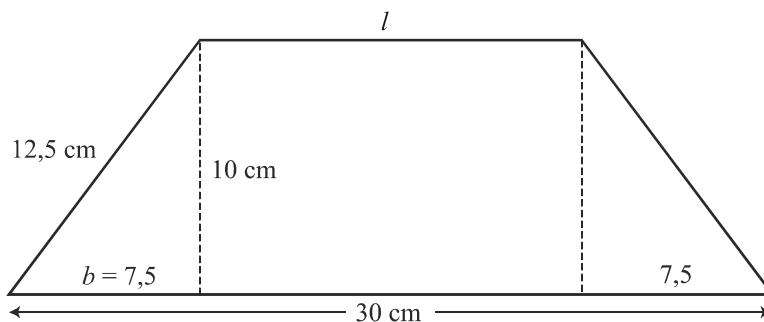
5. (1 PUNTO) Observa la figura y calcula la longitud del lado l :



Solución:

Por Pitágoras,

$$b^2 = a^2 - c^2 \rightarrow b^2 = 12,5^2 - 10^2 \rightarrow b = \sqrt{56,25} \rightarrow b = 7,5 \text{ cm}$$

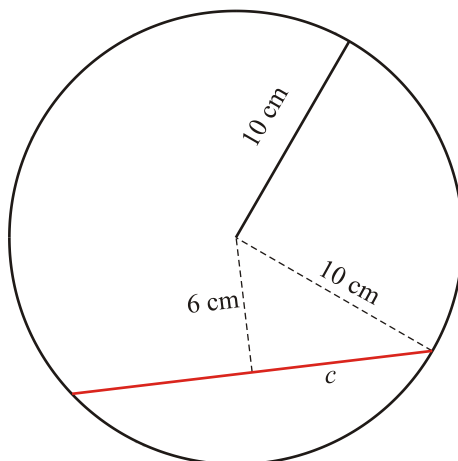


Así,

$$7,5 \cdot 2 = 15 \text{ cm} \rightarrow 30 - 15 = 15 \text{ cm} \rightarrow l = 15 \text{ cm}$$

6. (1 PUNTO) Una circunferencia de 10 cm de radio es cortada por una cuerda que está separada 6 cm del centro de la circunferencia. ¿Cuál es la longitud de la cuerda?

Solución:



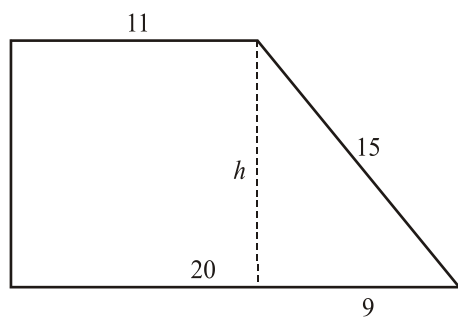
Por Pitágoras,

$$a^2 = b^2 + c^2 \rightarrow c^2 = a^2 - b^2 \rightarrow c^2 = 10^2 - 6^2 \rightarrow c = \sqrt{64} \rightarrow c = 8 \text{ cm}$$

La longitud de la cuerda es $8 \cdot 2 = 16 \text{ cm}$.

7. (1 PUNTOS) Halla el área y el perímetro de un trapecio rectángulo de bases 11 cm y 20 cm, y lado inclinado de 15 cm.

Solución:

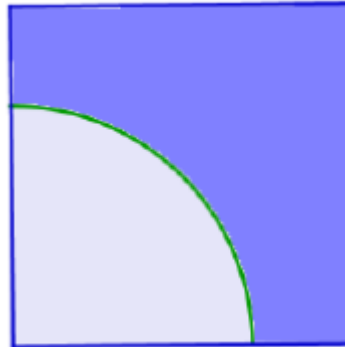


$$\text{Se tiene que } h^2 = 15^2 - 9^2 \rightarrow h = \sqrt{144} \rightarrow h = 12 \text{ cm}$$

$$\text{El área es: } S = \frac{(b+b') \cdot h}{2} = \frac{(20+11) \cdot 12}{2} = 186 \text{ cm}^2$$

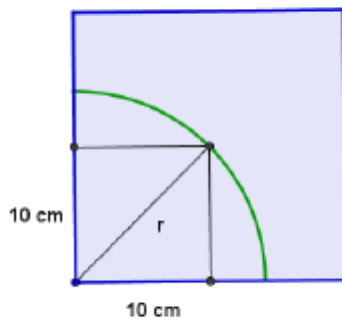
$$\text{Y el perímetro es: } 11 + 12 + 20 + 15 = 58 \text{ cm}$$

8. (1 PUNTO) Calcula el área de la zona sombreada determinada por un cuadrante de circunferencia dentro de un cuadrado de lado 20 cm. (la circunferencia pasa por el centro del cuadrado)



Solución:

Hay que tener cuidado con el radio del cuadrante de círculo, que no es la mitad del lado del cuadrado, sino la mitad de su diagonal. Para calcular su valor, usamos el Teorema de Pitágoras:

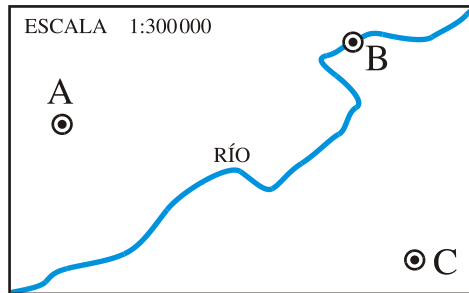


$$r^2 = 10^2 + 10^2 = 100 + 100 = 200 \rightarrow r = \sqrt{200} \approx 14,1 \text{ cm}$$

Y el área solicitada es:

$$A = 20^2 - \frac{\pi \cdot 14,1^2}{4} = 400 - \frac{\pi \cdot 200}{4} = 400 - 50\pi \approx 242,9 \text{ cm}^2$$

9. (1 PUNTO) Mide sobre el plano los segmentos AB, BC y AC y averigua cuáles son las verdaderas distancias entre estos pueblos.



Solució:

• Distancias en el plano:

$$\overline{AB} = 4 \text{ cm}; \quad \overline{BC} = 3 \text{ cm}; \quad \overline{AC} = 5 \text{ cm}$$

• Distancias reales:

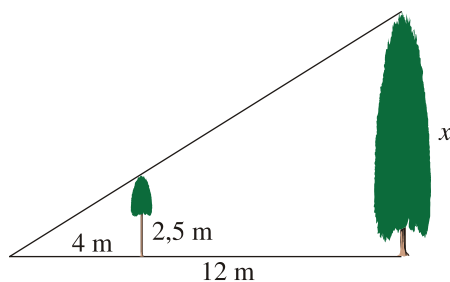
$$\frac{1}{300\,000} = \frac{4}{\overline{AB}} \rightarrow \overline{AB} = 300\,000 \cdot 4 \text{ cm} = 12 \text{ km}$$

$$\overline{BC} = 300\,000 \cdot 3 \text{ cm} = 9 \text{ km}$$

$$\overline{AC} = 300\,000 \cdot 5 \text{ cm} = 15 \text{ km}$$

10. (1 PUNTO) Calcula la altura de un árbol que proyecta una sombra de 12 metros en el momento en que otro árbol que mide 2,5 m proyecta una sombra de 4 metros.

Solució:



$$\frac{4}{2,5} = \frac{12}{x} \rightarrow x = \frac{30}{4} = 7,5 \text{ m}$$