

FICHA BLOQUE 2.

ECUACIONES EXPONENCIALES Y LOGARÍTMICAS. FUNCIONES. LÍMITES. DERIVADAS

1. Resuelve

a) $\log(3x-1) - \log(2x+3) = 1 - \log 25$

b) $5^{x+1} + 5^x + 5^{x-1} = \frac{31}{5}$

2. Resuelve dos de las siguientes ecuaciones:

a) $2^{2x} - 3 \cdot 2^{x+1} + 8 = 0$

b) $\log_2 x = 4 \log_2 3 - \frac{1}{3} \log_2 27$

c) $2^{x+1} + 2^x + 2^{x-1} = 28$

d) $2 - 3^{-x} + 3^{x+1} = 0$

e) $4^{x-1} + 2^{x+2} = 48$

f) $e^x - 5e^{-x} + 4e^{-3x} = 0$

g) $2^{4x} - 2^{2x} - 12 = 0$

h) $\log x + \log(x+3) = 2 \log(x+1)$

i) $2 \log x - 2 \log(x+1) = 0$

j) $\log_5 x + \frac{\log_5 125}{\log_5 x} = \frac{7}{2}$

3. Halla el dominio de definición de las siguientes funciones:

a) $y = \frac{1}{x^2 - 16}$

b) $y = \sqrt{1+2x}$

4. Calcula los siguientes límites y representa gráficamente los resultados que obtengas:

a) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{x^2 + 1}$

b) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x+5}{x+3}$

c) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 2x - 3}{x^2 - 1}$

5. Calcula el límite $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3 - 3x^2}{x^2 - 5x + 6}$

$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{3x^3 - 2x^2}{x}$

6. Calcula los siguientes límites y representa las ramas que obtengas:

a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (3-x)^3$

b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^2 + 3x}{x^2 - 1}$

c) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^3}{x+1}$

7. Calcula el valor de a para que la función sea continua en todo \mathbb{R}

$$f(x) = \begin{cases} x+1 & \text{si } x \leq 1 \\ 4-ax^2 & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

8. Estudia la continuidad de la función:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & \text{si } x \leq -1 \\ \frac{1}{x} & \text{si } -1 < x < 2 \\ \frac{3-x}{2} & \text{si } x \geq 2 \end{cases}$$

9. Calcula la derivada de las siguientes funciones, simplifica al máximo

a) $f(x) = \frac{-3x^5 + 2x}{7} + \sqrt{6x}$

b) $f(x) = x^4 \arccos x$

c) $f(x) = e^{\frac{x^2+1}{x-1}}$

10. Deriva las siguientes funciones, simplificando al máximo

a) $y = \frac{x^3 - 1}{(x+1)^2}$

b) $y = \ln \left(\frac{1 + \operatorname{sen} x}{1 - \operatorname{sen} x} \right)$

c) $y = (2x + 10) \cdot e^{x^2 - 10x - 5}$

11. Asíntotas de la función $f(x) = \frac{4x^2}{x^2 - 2x}$ y sitúa la curva respecto de ellas

12. Dibuja la gráfica de la función:

$$f(x) = \frac{x^2 - 2x - 3}{x^2 - 2x}$$

b) Sobre la gráfica anterior, estudia la continuidad y los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de $f(x)$.

13. Dada la función:

$$f(x) = 4x^3 - 6x + 1$$

a) ¿Es creciente o decreciente en $x = 0$? ¿Y en $x = 1$?

b) Halla los tramos en los que la función crece y en los que decrece.

14. Averigua cuáles son las asíntotas de la siguiente función y representa gráficamente la posición de la curva respecto a ellas:

$$f(x) = \frac{x}{x^2 - 9}$$