
Tema 5: Operaciones con polinomios. Factorización. Fracciones Algebraicas.

1.- Dados los siguientes polinomios

$$P(x) = x^2 + x + 1$$

$$Q(x) = 3x^3 - 5x^2 + 2x - 3$$

$$R(x) = x^2 - 2x - 3$$

$$S(x) = x^3 - 3x + 1$$

calcula:

a) $P(x) + Q(x) + R(x) + S(x)$

d) $P(x) \cdot R(x)$

b) $P(x) - Q(x) - R(x) - S(x)$

e) $Q(x) \cdot S(x)$

c) $-P(x) - Q(x) - R(x) + S(x)$

f) $P(x) \cdot Q(x)$

2.- Calcula el cociente y el resto de las siguientes divisiones:

a) $(6x^4 + 5x^2 + 17x + 15) : (2x^2 - 4x + 3)$

b) $(4x^5 - 6x^4 + 2x^2 + 8) : (x^2 - 2x - 1)$

c) $(2x^7 + x^6 - 8x^5 - 3x^4 + x^2 + 4) : (x^3 - 2x^2 + x - 1)$

d) $(3x^4 + 5x^3 - 2x + 3) : (x^2 - 3x + 2)$

3.- Calcula el cociente y el resto de las siguientes divisiones, mediante la Regla de Ruffini:

a) $(5x^4 - 3x^3 - 4x^2 + 6x - 1) : (x - 2)$

b) $(5x^3 - 8x + 4) : (x + 2)$

c) $(2x^3 - 15x - 8) : (x - 3)$

d) $(x^4 + x^2 + 1) : (x + 1)$

e) $(2x^4 + x^3 - 5x - 3) : (x - 2)$

f) $(x^5 - 4x^3 + 7x + 12) : (x + 1)$

4.- Desarrolla:

a) $(x + 3)^2$

j) $(3x - 2)^2$

b) $(x + 5) \cdot (x - 5)$

k) $(2 + x) \cdot (2 - x)$

c) $(x - 4)^2$

l) $(2x + 5)^2$

d) $(x + \sqrt{2}) \cdot (x - \sqrt{2})$

m) $(x^2 + 4) \cdot (x^2 - 4)$

e) $\left(2x - \frac{1}{2}\right)^2$

n) $(x^2 - 2x) \cdot (x^2 + 2x)$

f) $\left(\frac{x}{5} + 1\right) \cdot \left(\frac{x}{5} - 1\right)$

o) $\left(\frac{x}{2} + 2\right)^2$

g) $\left(3x + \frac{2}{3}\right)^2$

p) $\left(\frac{x}{2} - 1\right)^2$

h) $(x + 5)^2$

q) $\left(2x + \frac{1}{2}\right)^2$

i) $(x - 6)^2$

r) $\left(6x - \frac{2}{3}\right)^2$

5.- Simplifica:

a) $(x - 4)^2 + (x - 2) \cdot (x + 2)$

b) $(2x - 1)^2 - 2 \cdot (x + 1)^2$

c) $(3x - 1)^2 - (2x + 1) \cdot (2x - 1)$

d) $(5x - 1)^2 - 2 \cdot (4x - 1)^2$

e) $2x \cdot (5y + 2x + 1) - x \cdot (x - 5y) + 7xy$

f) $(x + 1) \cdot (2x - 5) + 5 \cdot (x^2 + 6x)$

g) $(3x + 2) \cdot (x - 3) + 2x \cdot (x - 4) + 5 \cdot (x^2 - 6x + 3)$

h) $(3a + 7b) \cdot (a - b) + 6a \cdot (a - 5b + 8) + ab - a^2$

i) $(x - 1)^2 + (x + 1)^2 + (x + 2)^2$

j) $(3x - 5)^2 + (3x + 5) \cdot (3x - 5)$

k) $(x + 5)^2 + (x - 4)^2 - (x - 6)^2$

l) $(2a - b)^2 - (3a + b) \cdot (2a - b) + a^2 + 5b^2$

m) $(4y + 1)^2 + (y - 2)^2 - (3y - 6) \cdot (3y + 6)$

n) $(2x + 1) \cdot (3x - 2) - (4x - 5) \cdot (4x + 5)$

o) $(x^2 - 3x + 5) \cdot x^2 - x$

p) $(x^2 - x + 3) \cdot x^2 - 2x + (x - 4)(x + 5)$

q) $\left[(1 - x - x^2) \cdot (-1) - 3x\right] \cdot (8x + 7)$

r) $\left[x^2 + 1 - 6x \cdot (x - 4)\right] \cdot x - x \cdot (5x - 10)$

6.- Factoriza los siguientes polinomios:

a) $2x^2 + 6x$

i) $x^2 - 5$

b) $x^2 - 6x + 9$

j) $x^2 + 10x + 25$

c) $x^2 - 25$

k) $x^2 - 14x + 49$

d) $x^2 + 8x + 16$

l) $24x^3 - 18x^2$

e) $12x^4 + 8x^3$

m) $2x^3 + 12x^2 + 18x$

f) $5x^3 + 20x^2 + 20x$

n) $9x^2 - 4$

g) $9x^2 - 30x + 25$

o) $5x^4 - 10x^3 + 5x^2$

h) $8x^3 + 12x^2$

p) $x^2 - 100$

7.- Factoriza los siguientes polinomios:

a) $x^2 - 8x + 9$

b) $6x^2 + x - 2$

c) $x^2 - 2x - 3$

d) $x^3 - 2x^2 - 3x$

e) $2x^3 + 2x^2 - 12x$

f) $-x^5 - x^4 + 2x^3$

g) $x^2 + 2x - 3$

h) $x^3 - 3x^2 + 2x$

i) $x^3 - x^2 - 12x$

j) $x^3 - 5x^2 + 6x$

k) $x^2 + 5x + 6$

l) $x^2 + x - 12$

m) $x^2 + 11x + 24$

n) $x^2 + 2x - 24$

o) $x^4 - 4x^3 - 5x^2$

p) $x^3 + 4x^2 - 21x$

8.- Simplifica las siguientes fracciones algebraicas:

a) $\frac{x-2}{x^2+x-6}$

b) $\frac{x}{x^2+3x}$

c) $\frac{x^2-1}{x^2-x}$

d) $\frac{x^3+x^2}{x^3}$

e) $\frac{x^2+8x+7}{x^2+x}$

f) $\frac{x^2-2x-3}{2x^2-11x+15}$

g) $\frac{x^2}{x^2+x}$

h) $\frac{x-3}{2x-6}$

i) $\frac{x}{x^2-x}$

j) $\frac{2}{2x-2}$

k) $\frac{3x-2}{9x^2-4}$

l) $\frac{x^2+x}{x+1}$

m) $\frac{x^2-2x}{x^3-4x^2+4x}$

n) $\frac{x^2-x}{x^2}$

o) $\frac{4x}{4x^2-6x}$

p) $\frac{15x+15}{10x+10}$

9.- Descompón en factores y simplifica:

a) $\frac{x^2-1}{x+1}$

b) $\frac{x^2-25}{x^2+25-10x}$

c) $\frac{x-2}{x^2+x-6}$

d) $\frac{x^2+6x+9}{x^2-9}$

e) $\frac{x^2+x}{x^2+2x+1}$

f) $\frac{x^2-3x}{2x}$

10.- Descompón en factores y simplifica:

a) $\frac{x^2-2x}{x^2-5x+6}$

b) $\frac{x^2-3x-4}{x^3+x^2}$

c) $\frac{x^3-3x^2+2x}{3x^2-9x+6}$

d) $\frac{x^2-2x-48}{x^2-7x-8}$

11.- Expresa como una única fracción y después simplifica:

$$\text{a) } \frac{4x+4}{(x-1)^2} : \frac{x}{x-1}$$

$$\text{b) } \frac{x+1}{(x-1)^2} \cdot \frac{x^2-1}{x}$$

$$\text{c) } \left(\frac{x^2+1}{x} : \frac{x^2-1}{x} \right) \cdot (x-1)$$

$$\text{d) } \frac{2}{x} \cdot \left(\frac{1}{x} : \frac{1}{x-1} \right)$$

$$\text{e) } \frac{x^2-2x}{x^2-5x+6} \cdot \frac{x^2+4x+4}{x^2-4}$$

$$\text{f) } \frac{x^2-2x}{x^2-5x+6} : \frac{x^2+4x+4}{x^2-4}$$

$$\text{g) } \frac{9-6x+x^2}{9-x^2} \cdot \frac{x^2-5x+6}{3x^2-9x}$$

$$\text{h) } \frac{x^2}{x-1} : \frac{x^2-2x}{x-1}$$

$$\text{i) } \frac{a^2+9a+18}{a^2+8a+15} \cdot \frac{a^2+7a+10}{a^2+11a+18}$$

$$\text{j) } \frac{a^3+a}{a^2-a} : \frac{a^3-a^2}{a^2-2a+1}$$

SOLUCIONES:

- 1.- a) $4x^3 - 3x^2 - 2x - 4$ d) $x^4 - x^3 - 4x^2 - 5x - 3$
b) $-4x^3 + 5x^2 + 4x + 6$ e) $3x^6 - 5x^5 - 7x^4 + 15x^3 - 11x^2 + 11x - 3$
c) $-2x^3 + 3x^2 - 4x + 6$ f) $3x^5 - 2x^4 - 6x^2 - x - 3$
- 2.- a) $C(x) = 3x^2 + 6x + 10; R(x) = 39x - 15$
b) $C(x) = 4x^3 + 2x^2 + 8x + 20; R(x) = 48x + 28$
c) $C(x) = 2x^4 + 5x^3 - 6x - 7; R(x) = -7x^2 + x - 3$
d) $C(x) = 3x^2 + 14x + 36; R(x) = 78x - 69$
- 3.- a) $C(x) = 5x^3 + 7x^2 + 10x + 26; R(x) = 51$
b) $C(x) = 5x^2 - 10x + 12; R(x) = -20$
c) $C(x) = 2x^2 + 6x + 3; R(x) = 1$
d) $C(x) = x^3 - x^2 + 2x - 2; R(x) = 3$
e) $C(x) = 2x^3 + 5x^2 + 10x + 15; R(x) = 27$
f) $C(x) = x^4 - x^3 - 3x^2 + 3x + 4; R(x) = 8$
- 4.- a) $x^2 + 6x + 9$ j) $9x^2 - 12x + 4$
b) $x^2 - 25$ k) $4 - x^2$
c) $x^2 - 8x + 16$ l) $4x^2 + 20x + 25$
d) $x^2 - 2$ m) $x^4 - 16$
e) $4x^2 - 2x + \frac{1}{4}$ n) $x^4 - 4x^2$
f) $\frac{x^2}{25} - 1$ o) $\frac{x^2}{4} + 2x + 4$
g) $9x^2 + 4x + \frac{4}{9}$ p) $\frac{x^2}{4} - x + 1$
h) $x^2 + 10x + 25$ q) $4x^2 + 2x + \frac{1}{4}$
i) $x^2 - 12x + 36$ r) $36x^2 - 8x + \frac{4}{9}$
- 5.- a) $2x^2 - 8x + 12$ j) $18x^2 - 30x$
b) $2x^2 - 8x - 1$ k) $x^2 + 14x + 5$
c) $5x^2 - 6x + 2$ l) $-a^2 + 7b^2 - 3ab$
d) $-7x^2 + 6x - 1$ m) $8y^2 + 4y + 41$
e) $22xy + 3x^2 + 2x$ n) $-10x^2 - x + 23$
f) $7x^2 + 27x - 5$ o) $x^4 - 3x^3 + 5x^2 - x$
g) $10x^2 - 45x + 9$ p) $x^4 - x^3 + 4x^2 - x - 20$
h) $8a^2 - 7b^2 - 25ab + 48a$ q) $8x^3 - 9x^2 - 22x - 7$
i) $3x^2 + 4x + 6$ r) $-5x^3 + 19x^2 + 11x$

- 6.- a) $2x(x+3)$
 b) $(x-3)^2$
 c) $(x+5)(x-5)$
 d) $(x+4)^2$
 e) $4x^3(3x+2)$
 f) $5x(x+2)^2$
 g) $(3x-5)^2$
 h) $4x^2(2x+3)$

- i) $(x+\sqrt{5})(x-\sqrt{5})$
 j) $(x+5)^2$
 k) $(x-7)^2$
 l) $6x^2(4x-3)$
 m) $2x(x+3)^2$
 n) $(3x+2)(3x-2)$
 o) $5x^2(x-1)^2$
 p) $(x+10)(x-10)$

- 7.- a) $(x-1)(x+9)$
 b) $6\left(x-\frac{1}{2}\right)\left(x+\frac{2}{3}\right)$
 c) $(x+1)(x-3)$
 d) $x(x+1)(x-3)$
 e) $2x(x-2)(x+3)$
 f) $x^3(1-x)(x+2)$
 g) $(x-1)(x+3)$
 h) $x(x-1)(x-2)$

- i) $x(x-4)(x+3)$
 j) $x(x-2)(x-3)$
 k) $(x+2)(x+3)$
 l) $(x-3)(x+4)$
 m) $(x+3)(x+8)$
 n) $(x-4)(x+6)$
 o) $x^2(x+1)(x-5)$
 p) $x(x-3)(x+7)$

- 8.- a) $\frac{1}{x+3}$
 b) $\frac{1}{x+3}$
 c) $\frac{x+1}{x}$
 d) $\frac{x+1}{x}$
 e) $\frac{x+7}{x}$
 f) $\frac{x+1}{2x-5}$
 g) $\frac{x}{x+1}$
 h) $\frac{1}{2}$

- i) $\frac{1}{x-1}$
 j) $\frac{1}{x-1}$
 k) $\frac{1}{3x+2}$
 l) x
 m) $\frac{1}{x-2}$
 n) $\frac{x-1}{x}$
 o) $\frac{2}{2x-3}$
 p) $\frac{3}{2}$

- 9.- a) $x-1$
 b) $\frac{x+5}{x-5}$
 c) $\frac{x+3}{x-3}$

- d) $\frac{x}{x+1}$
 e) $\frac{x}{x+1}$
 f) $\frac{x-3}{2}$

10.- a) $\frac{x}{x-3}$

b) $\frac{x-4}{x^2}$

c) $\frac{x}{3}$

d) $\frac{x+6}{x+1}$

11.- a) $\frac{4(x+1)}{x(x-1)}$

b) $\frac{(x+1)^2}{x(x-1)}$

c) $\frac{x^2+1}{x+1}$

d) $\frac{2(x-1)}{x^2}$

e) $\frac{x(x+2)}{(x-2)(x-3)}$

f) $\frac{x(x-2)}{(x+2)(x-3)}$

g) $\frac{(2-x)(x-3)}{3x(x+3)}$

h) $\frac{x}{x-2}$

i) $\frac{a+6}{a+9}$

j) $\frac{a^2+1}{a^2}$