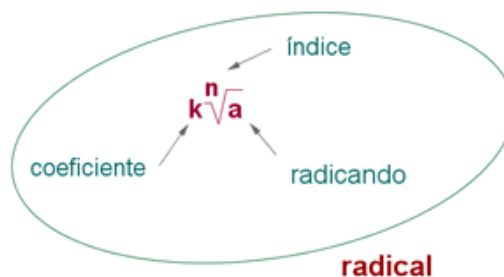


RESUMEN

<p>Potencias con exponente entero</p> $a^{-n} = \frac{1}{a^n} \quad a \neq 0$ $e^{-2} = \frac{1}{e^2}$	<p>Con exponente racional o fraccionario</p> $\frac{m}{a^n} = \sqrt[n]{a^m}$ $2^{\frac{1}{2}} = \sqrt{2}$
---	--

<u>Propiedades de las Potencias</u>	<u>Propiedades de los Radicales</u>
1) $a^0 = 1$	$\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{a \cdot b}$
1) $a^1 = a$	$\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}$
1) $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$	$(\sqrt[n]{a})^m = \sqrt[n]{a^m}$
2) $a^m : a^n = a^{m-n}$	$\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[n \cdot m]{a}$
3) $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$	$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$
4) $a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$	
5) $a^n : b^n = (a : b)^n$	

Un radical es una expresión de la forma $\sqrt[n]{a}$, en la que $n \in \mathbb{N}$ y $a \in \mathbb{R}$; con tal que cuando a sea negativo, n ha de ser impar.



Definición

El logaritmo de un número, en una base dada, es el exponente al cual se debe elevar la base para obtener el número.

$$\log_a x = y \Rightarrow a^y = x \qquad a > 0 \text{ y } a \neq 1$$

Siendo a la base, x el número e y el logaritmo.

De la definición de logaritmo podemos deducir:

$\nexists \log_{-a} x$	$\nexists \log_a(-x)$	$\nexists \log_a 0$
$\log_a 1 = 0$	$\log_a a = 1$	$\log_a a^n = n$

Propiedades de los logaritmos

$$\log_a (x \cdot y) = \log_a x + \log_a y$$

$$\log_a \left(\frac{x}{y} \right) = \log_a x - \log_a y$$

$$\log_a (x^n) = n \log_a x$$

$$\log_a (\sqrt[n]{x}) = \frac{1}{n} \log_a x$$

Cambio de base

$$\log_a x = \frac{\log_b x}{\log_b a}$$

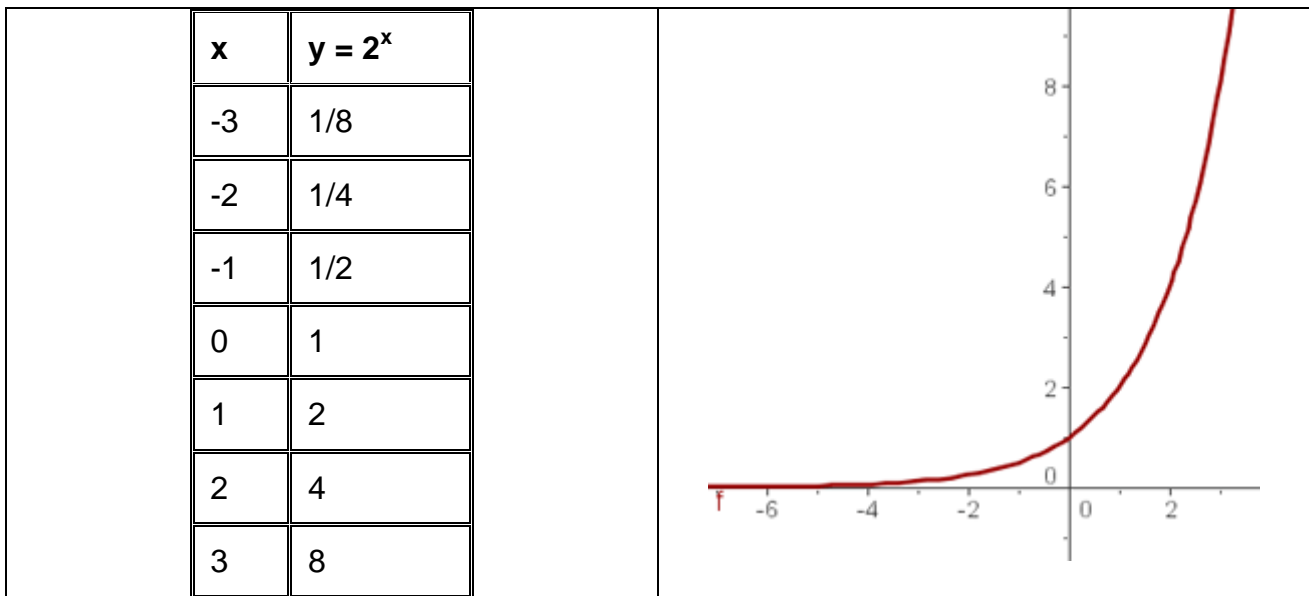
Función exponencial

La función exponencial es del tipo:

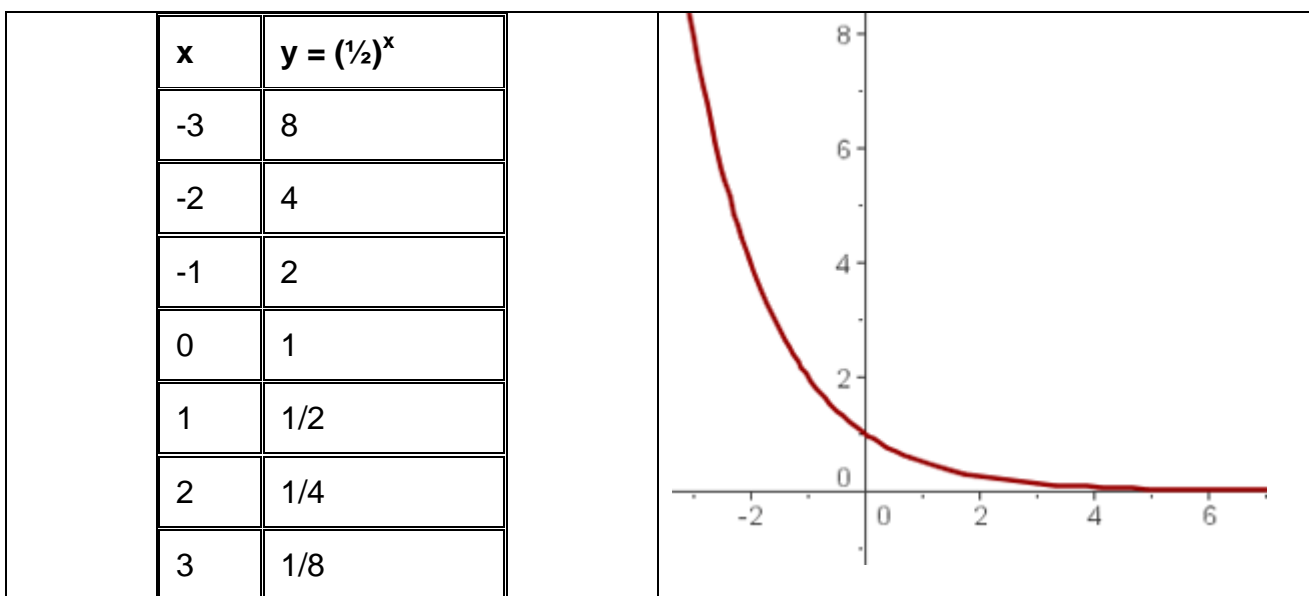
$$f(x) = a^x$$

Sea a un número real positivo. La función que a cada número real x le hace corresponder la potencia a^x se llama función exponencial de **base a** y **exponente x** .

$$f(x) = 2^x$$



$$f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$$



Propiedades de la función exponencial

Dominio: \mathbb{R} .

Recorrido: \mathbb{R}^+ .

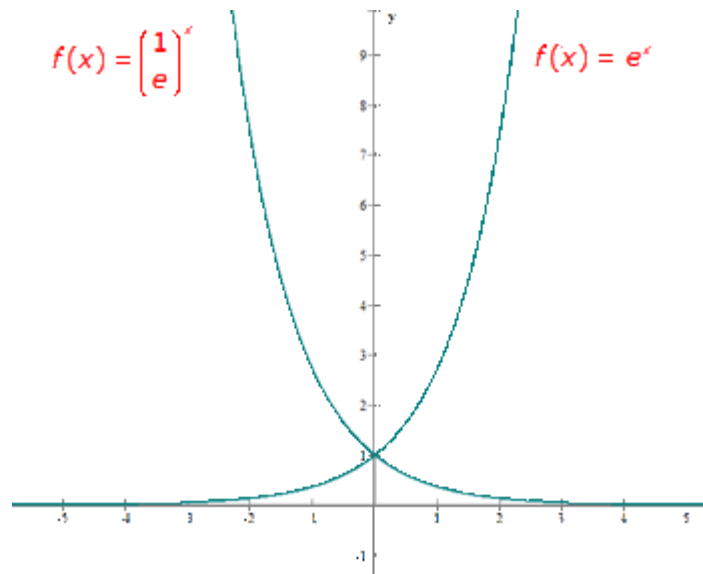
Es continua.

Los puntos (0, 1) y (1, a) pertenecen a la gráfica.

Creciente si $a > 1$.

Decreciente si $a < 1$.

Las curvas $y = a^x$ e $y = (1/a)^x$ son simétricas respecto del eje OY.

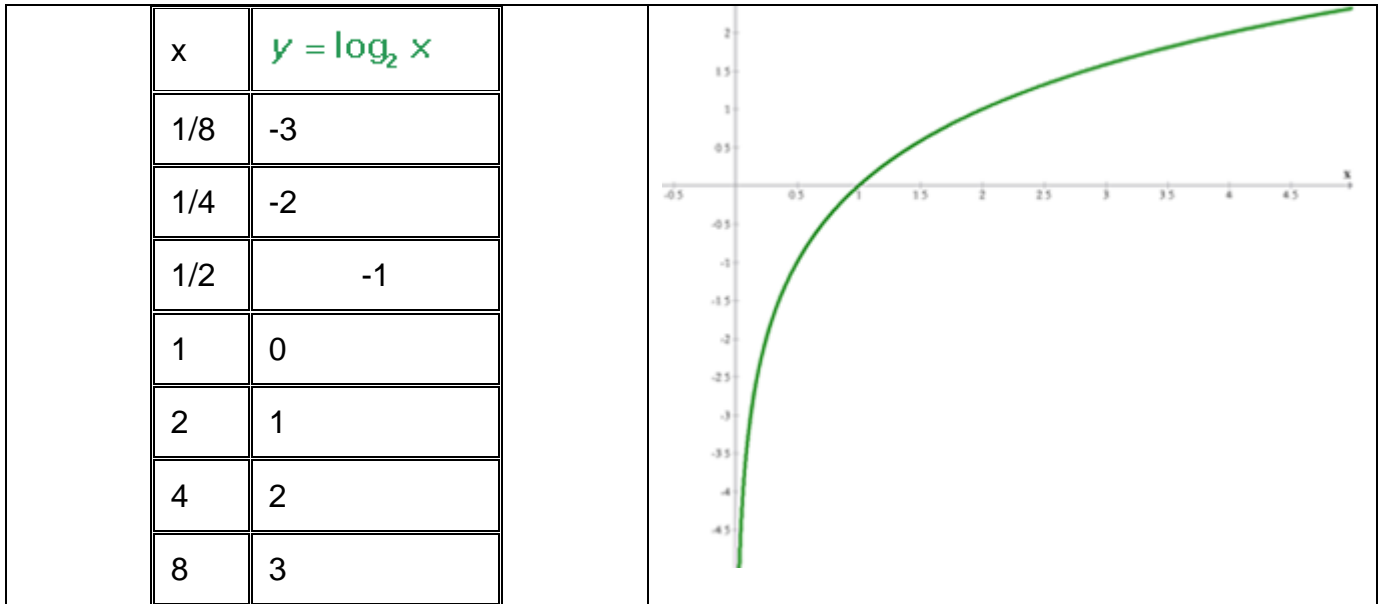


Funciones logarítmicas

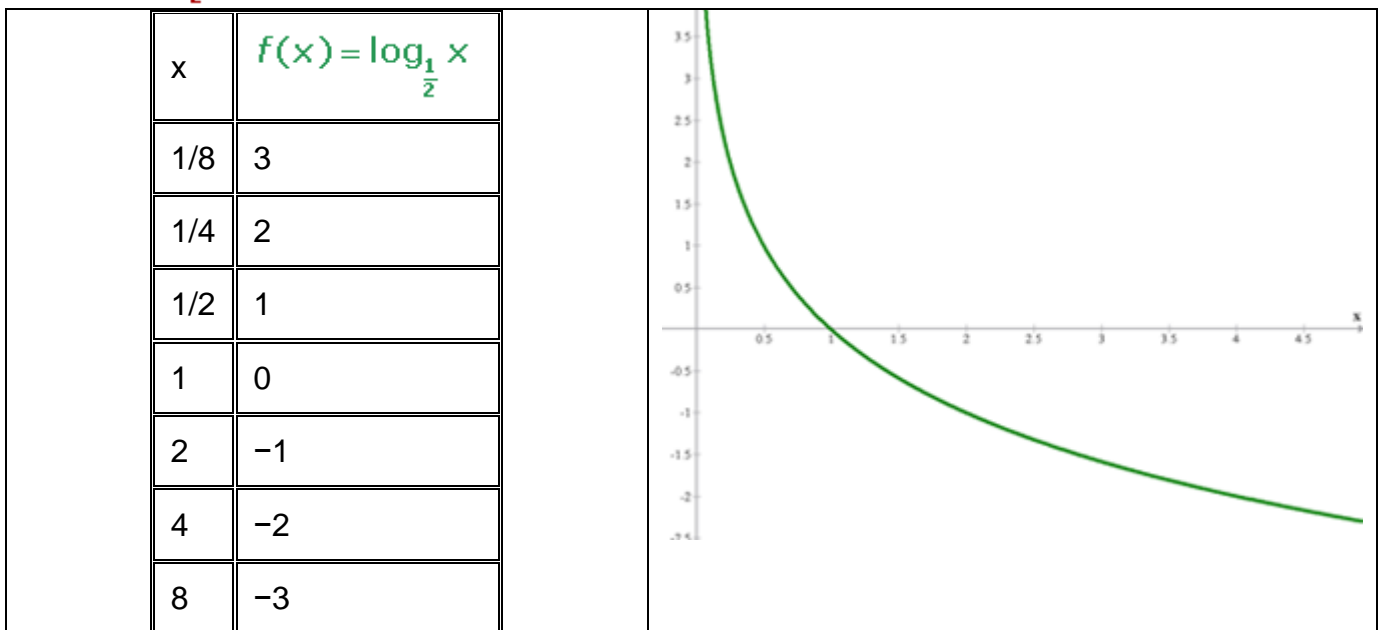
La función logarítmica en base a es la función inversa de la exponencial en **base a**.

$$f(x) = \log_a x \quad a > 0, a \neq 1$$

$$f(x) = \log_2 x$$



$$f(x) = \log_{\frac{1}{2}} x$$



Propiedades de las funciones logarítmicas

Dominio: \mathbb{R}^+

Recorrido: \mathbb{R}

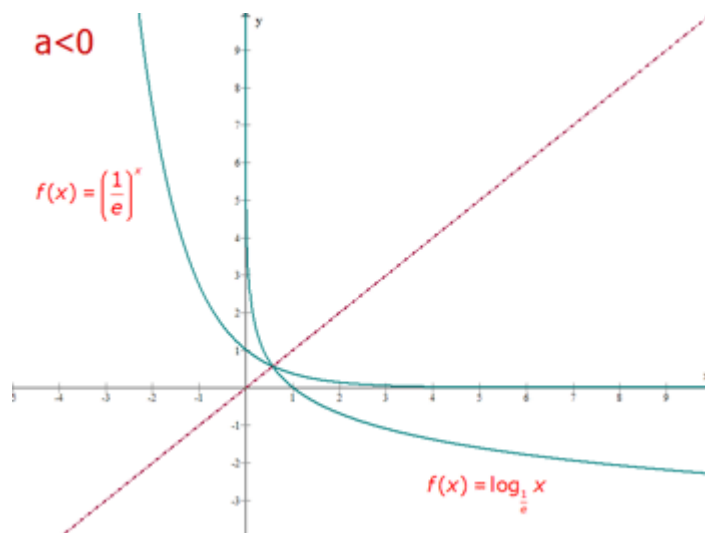
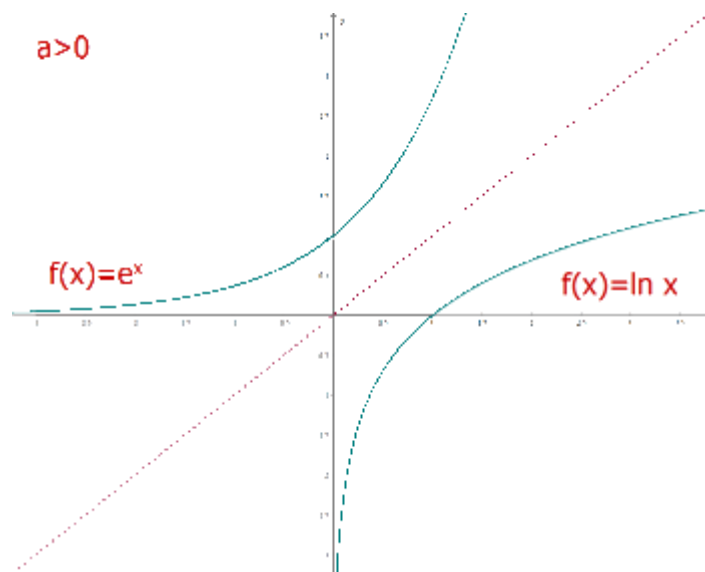
Es continua.

Los puntos (1, 0) y (a, 1) pertenecen a la gráfica.

Creciente si $a > 1$.

Decreciente si $a < 1$.

Las gráfica de la función logarítmica es simétrica (respecto a la bisectriz del 1er y 3er cuadrante) de la gráfica de la función exponencial, ya que son funciones recíprocas o inversas entre sí.



Algunos ejemplos resueltos

$$4^{x^2-6x} = 16384$$

$$2^{2(x^2-6x)} = 2^{14}$$

$$2x^2 - 12x = 14$$

$$x^2 - 6x - 7 = 0$$

$$x_1 = 7$$

$$x_2 = -1$$

$$3^{x^2-1} = 134$$

$$\log_3(3^{x^2-1}) = \log_3 134$$

$$(x^2 - 1)\log_3 = \log_3 134$$

$$x^2 - 1 = \frac{\log_3 134}{\log_3} = 4.4582$$

$$x^2 = 5.4582$$

$$x = \pm 2.336$$

$$2^{x+1} + 2^x + 2^{x-1} = 28$$

$$2^x \cdot 2 + 2^x + \frac{2^x}{2} = 28$$

$$2^x \left(2 + 1 + \frac{1}{2} \right) = 28$$

$$2^x \cdot \frac{7}{2} = 28$$

$$2^x = 2^3$$

$$x = 3$$

$$2 \log x = 3 + \log \frac{x}{10}$$

$$2 \log x = 3 + \log x - \log 10$$

$$\log x = 3 - 1$$

$$\log x = 2$$

$$\log x + \log(x + 3) = 2 \log(x + 1)$$

$$\log[x(x + 3)] = \log(x + 1)^2$$

$$x(x + 3) = (x + 1)^2$$

$$x^2 + 3x = x^2 + 2x + 1 \quad x = 1$$

$$\log x = \frac{2 - \log x}{\log x}$$

$$(\log x)^2 + \log x - 2 = 0 \quad \log x = t$$

$$t^2 + t - 2 = 0 \quad t = 1 \quad t = -2$$

$$\log x = 1 \quad x = 10$$

$$\log x = -2 \quad x = 10^{-2} = \frac{1}{100}$$

Representa gráficamente la siguiente función:

$$y = 3^{x+1}$$

Solución:

- La función está definida y es continua en \mathbb{R} .
- No corta al eje X porque $3^{x+1} = 0$ no tiene solución.
- Es creciente, puesto que $3 > 1$.
- Hacemos una tabla de valores:

x	-3	-2	-1	0	1
y	1/9	1/3	1	3	9

La gráfica es:

