EXAMEN DE SELECTIVIDAD JUNIO 2012

OPCIÓN A

Problema A.1. Se da el sistema de ecuaciones S: $\begin{cases} 2x+ & & \alpha^2 z & =5 \\ x & +(1-\alpha)y & +z & =1 \\ x & +2y & +\alpha^2 z & =1 \end{cases}$, donde α es un parámetro real.

Obtener **razonadamente**:

a) La solución del sistema S cuando α = 0. (3 puntos)

$$\begin{cases} 2x+ & & \alpha^2 z & =5 \\ x & +(1-\alpha)y & +z & =1 \\ x & +2y & +\alpha^2 z & =1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 2x+ & & & =5 \\ x & +y & +z & =1 \\ x & +2y & & =1 \end{cases} \begin{array}{l} x=5/2 \\ \rightarrow 5/2+2y=1 \rightarrow 2y=1-5/2 \rightarrow y=-3/4 \\ 5/2-3/4+z=1 \rightarrow z=-3/4 \end{array}$$

$$\boxed{\text{Solución} \rightarrow (x, y, z)=\left(\frac{5}{2},\frac{-3}{4},\frac{-3}{4}\right)}$$

b) Todas las soluciones del sistema S cuando α = -1 .(4 puntos)

$$\begin{cases} 2x & & +\alpha^2 z & =5 \\ x & +(1-\alpha)y & +z & =1 \\ x & +2y & +\alpha^2 z & =1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 2x & & +z & =5 \\ x & 2y & +z & =1 \\ x & +2y & +z & =1 \end{cases} \rightarrow SCI \begin{cases} 2x & & +z & =5 \\ x & +y & +z & =1 \end{cases} \rightarrow z=\lambda$$

$$\begin{cases} 2x & & +\lambda & =5 \\ x & +y & +\lambda & =1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x=\dfrac{5-\lambda}{2} \\ \dfrac{5-\lambda}{2}+y+\lambda=1 \rightarrow y=1-\dfrac{5-\lambda}{2}-\lambda=\dfrac{2-5+\lambda-2\lambda}{2}=\dfrac{-3-\lambda}{2} \end{cases}$$

$$\boxed{\text{Solución} \rightarrow (x, y, z)=\left(\frac{5-\lambda}{2},\frac{-3-\lambda}{2},\lambda\right), \lambda \in \Re}$$

c) El valor de α para el que el sistema S es incompatible. (3 puntos)

Por el teorema de Rouché-Frobenius.

$$\boxed{\begin{array}{l} \text{Si } \ \mathrm{rg}(\mathrm{A}) = rg(A^*) = \text{n}^\text{o} \text{ de incógnitas } \rightarrow \text{SCD} \\ \text{Si } \ \mathrm{rg}(\mathrm{A}) = rg(A^*) < \text{n}^\text{o} \text{ de incógnitas } \rightarrow \text{SCI} \\ \text{Si } \ \mathrm{rg}(\mathrm{A}) \neq rg(A^*) \rightarrow SI \end{array}}$$

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & \alpha^2 \\ 1 & (1-\alpha) & 1 \\ 1 & 2 & \alpha^2 \end{pmatrix} \quad A^* = \begin{pmatrix} 2 & 0 & \alpha^2 & 5 \\ 1 & (1-\alpha) & 1 & 1 \\ 1 & 2 & \alpha^2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$|A| = \begin{vmatrix} 2 & 0 & \alpha^2 \\ 1 & (1-\alpha) & 1 \\ 1 & 2 & \alpha^2 \end{vmatrix} = \left(2\cdot(1-\alpha)\cdot\alpha^2 + 1\cdot 2\cdot\alpha^2 + 1\cdot 0\cdot 1\right) - \left(1\cdot(1-\alpha)\cdot\alpha^2 + 1\cdot 2\cdot 2 + \alpha^2\cdot 1\cdot 0\right) =$$

$$= 2\cdot(1-\alpha)\cdot\alpha^2 + 2\alpha^2 - (1-\alpha)\cdot\alpha^2 - 4 = 2\alpha^2 - 2\alpha^3 + 2\alpha^2 - \alpha^2 + \alpha^3 - 4 = -\alpha^3 + 3\alpha^2 - 4$$

$$-\alpha^3 + 3\alpha^2 - 4 = 0 \rightarrow \text{POR RUFINI} \rightarrow \begin{array}{c} \alpha = 2(s.doble) \\ \alpha = -1 \end{array}$$

$\underline{\alpha = -1}$

$rg(A) = 2$

$$A^*(-1) = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 & 5 \\ 1 & 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} 2 & 0 & 5 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \end{vmatrix} = (4 + 10 + 0) - (10 + 4 + 0) = 0$$

$$\begin{vmatrix} 2 & 1 & 5 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = (2 + 5 + 1) - (5 + 2 + 1) = 0$$

$$\begin{vmatrix} 0 & 1 & 5 \\ 2 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \end{vmatrix} = (0 + 10 + 2) - (10 + 0 + 2) = 0$$

$$rg(A) = 2 = rg(A^*) < n^o\, incognitas \rightarrow SCI(\text{Infinitas soluciones})$$

$\underline{\alpha = 2}$

$rg(A) = 2$

$$A^*(2) = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 4 & 5 \\ 1 & -1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 4 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} 2 & 0 & 5 \\ 1 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \end{vmatrix} = (-2+10+0)-(-5+4+0) = 8+1 = 9$$

$rg(A^*) = 3$

$rg(A) \neq rg(A^*) \rightarrow \text{Sistema Incompatible}$

$rg(A) = 2 = rg(A^*) < n^o\, incognitas \rightarrow SCI(\text{Infinitas soluciones})$

Problema A.2. Se dan las rectas r₁: $\begin{cases} x = 1 + 2\alpha \\ y = \alpha \\ z = 2 - \alpha \end{cases}$ y r₂: $\begin{cases} x = -1 \\ y = 1 + \beta \\ z = -1 - 2\beta \end{cases}$ siendo α y β parámetros reales.

Calcular **<u>razonadamente</u>**:

a) Las coordenadas del punto de corete de r_1 y r_2. (3 puntos)

$$1 + 2\alpha = -1 \rightarrow \alpha = -1$$
$$y = -1$$
$$z = 2 + 1 = 3$$

$$\text{Solución} \rightarrow (x, y, z) = (-1, -1, 3)$$

b) La ecuación del plano que contiene esas dos rectas. (4 puntos)

$$r_1 \rightarrow \begin{array}{l} \vec{d}_{r_1} = (2,1,-1) \\ P_{r_1} = (1,0,2) \end{array}$$

$$r_2 \rightarrow \begin{array}{l} \vec{d}_{r_2} = (0,1,-2) \\ P_{r_2} = (-1,1,-1) \end{array}$$

$$\boxed{\pi : \begin{cases} x = 1 + 2\alpha \\ y = \alpha + \beta \\ z = 2 - \alpha - 2\beta \end{cases}}$$

$$\pi \subset r_1 \text{ y } r_2 \rightarrow \vec{d}_{r_1} \in \pi, \vec{d}_{r_2} \in \pi, P_{r_1} \in \pi$$

$$\pi : \begin{vmatrix} x-1 & y & z-2 \\ 2 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & -2 \end{vmatrix} = -x + 4y + 2z - 3 = 0$$

c) La distancia del punto (0,0,1) **a la recta r_2. (3 puntos)**

Dado A = (0,0,1)

$$d(A, r_2) = \frac{\left| \overrightarrow{P_{r_2}A} \times \vec{d}_{r_2} \right|}{\left| \vec{d}_{r_2} \right|} = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = 1$$

$$\overrightarrow{P_{r_2}A} = (0,0,1) - (-1,1,-1) = (1,-1,2)$$

$$\vec{d}_{r_2} = (0,1,-2)$$

$$\vec{P_{r_2}A} x \vec{d}_{r_2} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 1 & -1 & 2 \\ 0 & 1 & -2 \end{vmatrix} = 0i + 2j + k \rightarrow \left| \vec{P_{r_2}A} x \vec{d}_{r_2} \right| = \sqrt{0^2 + 2^2 + 1^2} = \sqrt{5}$$

$$\left| \vec{d}_{r_2} \right| = \sqrt{0^2 + 1^2 + (-2)^2} = \sqrt{5}$$

Problema A.3. Con el símbolo lnx se representa el logaritmo de un número positivo x cunado la base del logaritmo el número e. Sea f la función que para un número positivo x está definida por la igualdad

$$f(x) = 4x \cdot \ln x$$

Obtener **<u>razonadamente</u>**:

a) El valor de x donde la función f alcanza el mínimo relativo. (4 puntos)

$$f(x) = 4x \cdot \ln x$$
$$f'(x) = 4 \cdot \ln x + 4x \cdot \frac{1}{x} = 4(\ln x + 1) = 0 \rightarrow \ln x + 1 = 0 \rightarrow \ln x = -1 \rightarrow x = e^{-1} = \frac{1}{e}$$

1/e

$f'(x)$	**f'(0,10)=-5,21**	**f'(1)=4**
$f(x)$	$\searrow$	$\nearrow$

$$f\left(\frac{1}{e}\right) = 4\frac{1}{e} \cdot \ln\frac{1}{e} = \frac{4}{e} - \ln e = \frac{4}{e} - 1 = \frac{4-e}{e}$$

En x = 1/e hay un mínimo que es $(x, y) = \left(\frac{1}{e}, \frac{4-e}{e}\right)$

$$f''(x) = 4 \cdot \left(\frac{1}{x}\right) = \frac{4}{x}$$
$$f''\left(\frac{1}{e}\right) = \frac{4}{1+e} > 0 \rightarrow x = \frac{1}{e} \text{ hay un mínimo}$$

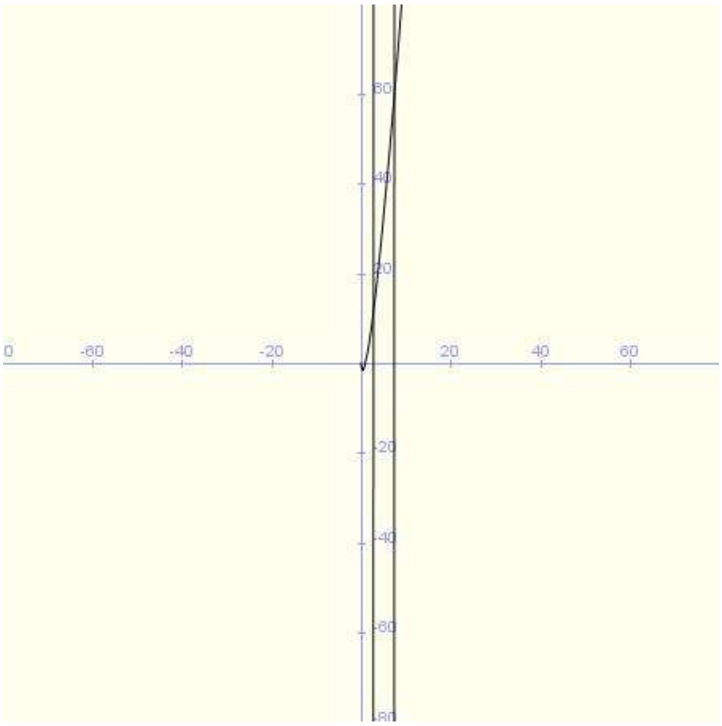
b) La ecuación de la recta tangente a la curva $y = 4x \cdot \ln x$ **en el punto (1, 0). (3 puntos)**

$$f'(x) = 4 \cdot (\ln x + 1)$$
$$f'(1) = 4 \cdot (\ln 1 + 1) = 4$$

$$y = y_o + f'(x_0) \cdot (x - x_0)$$
$$y = 0 + 4 \cdot (x - 1)$$

$$\boxed{y = 4x - 4}$$

c) El área limitada entre las rectas y=0, x= e, x= e^2 y la curva $y = 4x \cdot \ln x$. (3 puntos)



$$\int_e^{e^2} 4x \ln x dx = x^2 \cdot (\ln x - 1)\Big|_e^{e^2} = \left(e^2\right)^2 \cdot \left(\ln e^2 - 1\right) - e^2 \cdot (\ln e - 1) = e^4 \cdot (2-1) - e^2 \cdot (1-1) = e^4$$

$$\int 4x \ln x dx = \ln x \cdot 2x^2 - 2\int x^2 \cdot \frac{1}{x} dx = \ln x \cdot 2x^2 - \frac{2x^2}{2} = \ln x \cdot 2x^2 - x^2 = x^2 \cdot (\ln x - 1)$$

$$u = \ln x \to du = \frac{1}{x} dx$$

$$dv = 4x \to v = \int 4x dx = \frac{4x^2}{2} = 2x^2$$

OPCIÓN B

Problema B.1. Obtener **razonadamente**:

a) Todas las soluciones : $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$ **de la ecuación** $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & 3 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix}$ **(4 puntos)**

$$\begin{cases} x & & +2z & = & 1 \\ x & +y & +3z & = & 3 \\ x & -y & +z & = & -1 \end{cases} \rightarrow \begin{matrix} F2-F1 \\ F3-F1 \end{matrix} \begin{cases} x & & +2z & = & 1 \\ & +y & +z & = & 2 \\ & -y & -z & = & -2 \end{cases}$$

$$\begin{matrix} \mathrm{F3\,eliminada} \rightarrow F3 = \mathrm{-\,F2} \\ \mathrm{SCI} \end{matrix} \begin{cases} \mathrm{x} & & +2\mathrm{z} & = & 1 \\ & y & +z & = & 2 \end{cases}$$

Solución $\begin{matrix} x = 1-2\lambda \\ y = 2-\lambda \,, \lambda \in \Re \\ z = \lambda \end{matrix}$

b) El determinante de una matriz cuadrada B de dos filas, que tiene matriz inversa y que verifica la ecuación $B^2 = B$**. (3 puntos)**

$$B / \exists B^{-1}, B_{2x2} \rightarrow B^2 = B \rightarrow B \cdot B = B \rightarrow B^{-1} \cdot B \cdot B = B^{-1} \cdot B \rightarrow B = B^{-1} \cdot B$$

$$Entonces \rightarrow |B| = \left|B^{-1} \cdot B\right| = \left|B^{-1}\right| \cdot |B| = \begin{cases} \dfrac{1}{|B|} \cdot |B| = 1, \mathrm{sí}\, |B| = \lambda, \lambda \in \Re \text{ - } \{0\} \\ \dfrac{1}{|B|} \cdot |B| = 0, \mathrm{sí}\, |B| = 0 \end{cases}$$

Sabiendo

$B^{-1} \cdot B = I$

$|A \cdot B| = |A| \cdot |B|$

$\left|A^{-1}\right| = \dfrac{1}{|A|}$

$$B^2 = B \to B \cdot B = B$$

$$B = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \to B \cdot B = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a^2 \cdot bc & ab + bd \\ ac + cd & cb + d^2 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} a^2 \cdot bc & ab + bd \\ ac + cd & cb + d^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \to \left\{ \begin{array}{l} a^2 + bc = a \\ ab + bd = b \\ ac + cd = c \\ cb + d^2 = d \end{array} \right\} \to \begin{cases} ab + bd = b \\ ac + cd = c \end{cases}$$

$$\to b \cdot (a + d - 1) = 0 \to \begin{cases} b = 0 \\ a = 1 - d \end{cases}$$

$$\to c \cdot (a + d - 1) = 0 \to \begin{cases} c = 0 \\ a = 1 - d \end{cases}$$

Posibilida des

$$\mathrm{b} = 0 \to \begin{cases} \mathrm{a} = 1 \,\mathrm{o}\, \mathrm{a} = 0 \\ \mathrm{c} = 0 \end{cases} \to d^2 = d \to \begin{cases} b = 0 \\ c = 0 \\ \mathrm{a} = 1 \,\mathrm{o}\, \mathrm{a} = 0 \\ \mathrm{d} = 1 \,\mathrm{o}\, \mathrm{d} = 0 \end{cases}$$

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \to |B| = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} = 1$$

$$\text{y que cumple } \mathrm{B}^2 = B \to \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \to |B| = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{vmatrix} = 0$$

$$\text{y que cumple } \mathrm{B}^2 = B \to \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \to |B| = \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} = 0$$

$$\text{y que cumple } \mathrm{B}^2 = B \to \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$a = 1 - d \rightarrow \begin{cases} b,c \ indiferentes \\ cb = d - d^2 \end{cases}$$

Por ejemplo d=3 a=-2 y $cb = 3 - 3^2 = 3 - 9 = -6$ elige por ejemplo c=1 b=-6 y sale

$$B = \begin{pmatrix} -2 & -6 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{vmatrix} -2 & -6 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} = -6 + 6 = 0$$

$$\begin{pmatrix} -2 & -6 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -2 & -6 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & -6 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$$

c) El determinante de una matriz cuadrada A que tiene cuatro filas y que verifica la ecuación:

$$A^2 - 9 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$A^2 - 9I = 0 \rightarrow A^2 = 9I \rightarrow A \cdot A = 9I \rightarrow A \cdot A \cdot A^{-1} = 9I \cdot A^{-1} \rightarrow A = 9 \cdot A^{-1}$$

$$|A| = |9 \cdot A^{-1}| = 9^4 \cdot |A^{-1}| = 9^4 \cdot \frac{1}{|A|} = \frac{9^4}{|A|} \rightarrow |A| \cdot |A| = |A| \cdot \frac{9^4}{|A|} \rightarrow (|A|)^2 = 9^4 \rightarrow |A| = \pm 9^2 = \pm 81$$

Sabiendo

$$A \cdot A^{-1} = I$$

$|k \cdot B| = k^n \cdot |B|$, siendo n la dimensión de la matriz B

$$|A^{-1}| = \frac{1}{|A|}$$

Problema B.2. Se da la recta r de ecuación r: $\begin{cases} x-2y-2z=1 \\ x+5y-z=0 \end{cases}$ Y el plano π de ecuación $\pi: 2x+y+nz=p$, donde n y p son dos parámetros reales.

Obtener razonadamente:

a) Todos los valores de n para los que la intersección de la recta r y el plano π es un punto. (4 puntos)

$$r: \begin{cases} x-2y-2z=1 \\ x+5y-z=0 \end{cases}$$

$$\pi: 2x+y+nz=p$$

$$M=\begin{pmatrix} 1 & -2 & -2 \\ 1 & 5 & -1 \\ 2 & 1 & n \end{pmatrix} \qquad M^*=\begin{pmatrix} 1 & -2 & -2 & -1 \\ 1 & 5 & -1 & 0 \\ 2 & 1 & n & -p \end{pmatrix}$$

$$rg(M)=?$$

$$\begin{vmatrix} 1 & -2 & -2 \\ 1 & 5 & -1 \\ 2 & 1 & n \end{vmatrix}=7n+23=0 \rightarrow n=\frac{-23}{7}$$

$$\text{Para } n=\frac{-23}{7} \rightarrow rg(M)=2, \text{porque} \begin{vmatrix} 1 & -2 \\ 1 & 5 \end{vmatrix} \neq 0$$

$$\text{Para } n \neq \frac{-23}{7} \rightarrow rg(M)=3$$

CONCLUSIÓN

$$\text{Para } n \neq \frac{-23}{7} \rightarrow rg(M)=3=rg(M^*) \rightarrow \text{Recta y el plano cortan en un punto}$$

b) El valor de n y el valor de p para los que la recta r está contenida en el plano π. (3 puntos).

$$\text{Para } n=\frac{-23}{7}$$

$$M^*\left(\frac{-23}{7}\right)=\begin{pmatrix} 1 & -2 & -2 & -1 \\ 1 & 5 & -1 & 0 \\ 2 & 1 & \frac{-23}{7} & -p \end{pmatrix} \rightarrow \begin{vmatrix} 1 & -2 & -1 \\ 1 & 5 & 0 \\ 2 & 1 & -p \end{vmatrix}=-7p+9=0 \rightarrow p=\frac{9}{7}$$

CONCLUSIÓN

$$\text{Para } n=\frac{-23}{7} \text{ y p}=\frac{9}{7} \rightarrow rg(M)=rg(M^*)=2 \rightarrow \text{Recta está contenida en el plano}$$

c) El valor de n y todos los valores de p para los que la recta r no corta al plano π. (3 puntos)

Para $n = \frac{-23}{7}$

$$M^*\left(\frac{-23}{7}\right) = \begin{pmatrix} 1 & -2 & -2 & -1 \\ 1 & 5 & -1 & 0 \\ 2 & 1 & \frac{-23}{7} & -p \end{pmatrix} \to \begin{vmatrix} 1 & -2 & -1 \\ 1 & 5 & 0 \\ 2 & 1 & -p \end{vmatrix} = -7p + 9 = 0 \to p = \frac{9}{7}$$

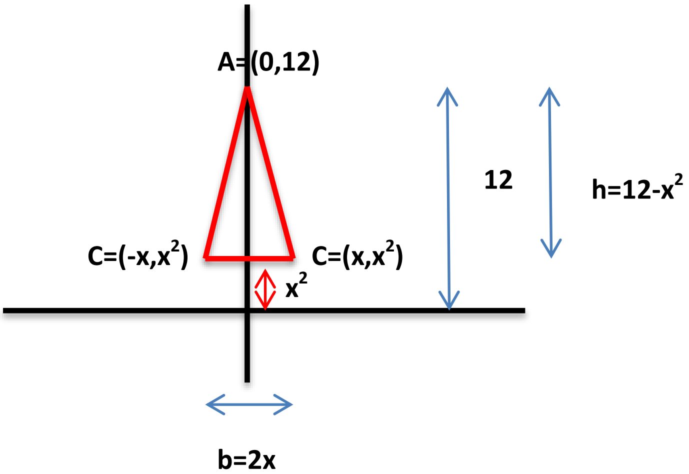
CONCLUSIÓN

Para $n = \frac{-23}{7}$ y $\mathrm{p} \neq \frac{9}{7} \to 2 = rg(M) \neq rg(M^*) = 3 \to$ Recta y el plano son paralelos

Problema B.3. Para diseñar un escudo se dibuja un triángulo T de vértices A = (0,12), B=(-x,x^2) y C=(x,x^2), siendo x^2<12.

Obtener **razonadamente**:

a) El área del triángulo T en función de la abcisa x del vértice C. (2puntos).



$$A_T = \frac{b\cdot h}{2} = \frac{2x\cdot(12-x^2)}{2} = x\cdot(12-x^2) = -x^3+12x$$

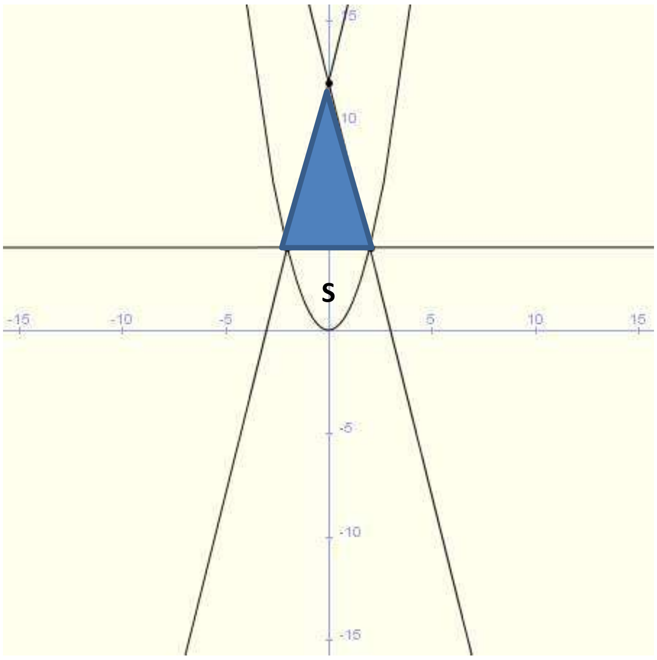
b) Las coordenadas de los vértices B y C para que el área del triángulo T sea máxima. (3 puntos).

$$y = -x^3 + 12x$$
$$y' = -3x^2 + 12 = 0 \rightarrow x^2 = 4 \rightarrow x = \pm 2$$
$$y'' = -6x$$
$$y''(2) = -6\cdot 2 = -12 \rightarrow x = 2 \text{ hay un máximo } \rightarrow \mathrm{y}(2) = -2^3 + 12\cdot 2 = -8 + 24 = 16$$

$$A = (-2,4)$$
$$B = (2,4)$$

Para completar el escudo se añade al triángulo T de área máxima las superficie S limitada entre la recta y=4 y el arco de parábola y=x², cuando $-2 \le x \le 2$.

c) El área de la superficie S. (3 puntos)



$$\acute{A}rea\ \mathrm{S} = 2\int_0^2 \left(4 - x^2\right)dx = 2\cdot\left(4x - \frac{x^3}{3}\Big|_0^2\right) = 2\cdot\left(4\cdot 2 - \frac{2^3}{3}\right) = 2\cdot\left(8 - \frac{8}{3}\right) = 2\cdot\left(\frac{24-8}{3}\right) = 2\cdot\frac{16}{3} = \frac{32}{3}u^2$$

d) EL área total del escudo. (2 puntos)

$$\acute{A}rea\ \mathrm{Escudo} = \mathrm{\acute{A}rea\ S} + \mathrm{\acute{A}rea\ T} = \frac{32}{3} + \frac{4\cdot 8}{2} = \frac{32}{3} + 16 = \frac{32+48}{3} = \frac{80}{3}u^2$$