TEMA 11: REPRESENTACIÓN DE FUNCIONES

1. DOMINIO

2. SIMETRÍAS

1. Respecto el eje de ordenadas

$f(x) = f(-x) \rightarrow (a,b)$ y $(-a,b)$ son puntos de la gráfica

2. Respecto el origen de coordenadas

$f(-x) = -f(x) \rightarrow (a,b)$ y $(-a,-b)$ son puntos de la gráfica

3. PERIODICIDAD

$\exists T \in \Re \,/\, f(x+T) = f(x), \forall x \in \text{Dominio}$

Si f es periódica de periodo T, también lo es f(mx+n) de periodo T/m

4. PUNTO DE CORTES CON LOS EJES

a) Eje de ordenadas (y=0)
b) Eje de abcisas (x=0)

5. ASINTOTAS

a) Verticales (Falla el dominio)

$\lim_{x \to a} f(x) = \pm\infty \rightarrow x = k$ es una asintota vertical

b) Horizontales

$\lim_{x \to \pm\infty} f(x) = k \rightarrow y = k$ es una asintota horizontal

c) Oblicuas (y=mx+n)

$$m = \lim_{x \to \pm\infty} \frac{f(x)}{x}$$

$$n = \lim_{x \to \pm\infty} \left(f(x) - mx\right)$$

6. CRECIMINETO Y DECRECIMIENTO

1. Derivar la función:
2. Obtener las raíces de la derivada primera, para ello hacemos: f'(x) = 0.
3. Formamos intervalos abiertos con los ceros **(raíces) d**e la derivada primera y los puntos de discontinuidad **(si los hubiese)**
4. Tomamos un valor de cada intervalo, y hallamos el signo que tiene en la derivada primera.
5. Escribimos los intervalos de crecimiento y decrecimiento

7. MÁXIMOS Y MÍNIMOS RELATIVOS

1. Hallamos la derivada primera y calculamos sus raíces.

2. Realizamos la 2ª derivada, y calculamos el signo que toman en ella las raíces de derivada primera y si:
   $f''(a) < 0$ es un máximo relativo
   $f''(a) > 0$ es un mínimo relativo

3. Calculamos la imagen (en la función) de los extremos relativos.

Si ya hemos estudiado el crecimiento y decrecimiento de una función habrá:

1. Un **máximo** en el punto, de la función, en la que ésta pasa **de creciente a decreciente.**
2. Un **mínimo** en el punto, de la función, en la que ésta pasa **de decreciente a creciente**.

8. CONCAVIDAD Y CONVEXIDAD

1. Hallamos la derivada segunda y calculamos sus raíces.

2. Formamos intervalos abiertos con los ceros (raíces) de la derivada segunda y los puntos de discontinuidad (si los hubiese).

3. Tomamos un valor de cada intervalo, y hallamos el signo que tiene en la derivada segunda.

4. Escribimos los intervalos

9. PUNTOS DE INFLEXIÓN

1. Hallamos la derivada segunda y calculamos sus raíces.

2. Realizamos la derivada tercera, y calculamos el signo que toman en ella los ceros de derivada segunda y si:
   $f'''(x) \neq 0$ Tenemos un punto de inflexión.

3. Calculamos la imagen (en la función) del punto de inflexión.